ИЕРАРХИЧЕСКИЙ КОМПРОМИСС

Ерешко Ф.И.
Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН,
Москва, Россия
fereshko@yandex.ru

Аннотация. Рассматриваются проблемы принятия решений в модели взаимодействия игроков в двухуровневой организационной системе. Описан мировой и отечественный опыт исследования межгосударственных экономических и экологических взаимодействий и формирования системы балансовых соотношений. Формулируются основные методические основания проведения исследований, выработки рекомендаций к действию, стратегий поведения органов регулирования на основе принципа Парето.

Ключевые слова: коалиция, организация система, Центр, игры, не противоположные интересы, Парето, системный анализ, модели, балансы, процедура, алгоритм.

Введение

Коалиционный выбор представляет из себя одну из главных задач в теории принятия решений. Этому вопросу посвящено значительное число публикаций. Уже в случае игры двух лиц имеет смысл при исследовании задаться вопросом об объединении игроков. Тем более, исходя из формальных соображений, следующим вопросом после постановки игры двух лиц, естественной является ситуация из трёх лиц, а в этой задача рассмотрение коалиций неизбежно.

Далее, при исследовании игровой ситуации необходимо рассмотреть вопрос о соотнесении функций целей игроков и возможности их сравнения.

Если критерии оцениваются в различных шкалах, то исследование скорее всего обратится к принципу гарантированного результата. Вопросы подобного типа в рамках теории исследования операций рассмотрены в монографии [1].

Одной из первых публикаций на эту тему с использованием свёртки критериев была работа, выполненная Ю. Б. Вермеером и И. А. Вателем [2]. Позднее эта ситуация вошла в литературу под названием «путешественники в одной лодке» [3]. Критерии участников были преобразованы к виду $f_k(x)= min\ [F_0(x),F_k(x)]$, где $F_k(x)$ исходные функции игроков, $F_0(x)$ – исходная общая функция цель для всех игроков. Её особенность состояла в том, что все участники этой конфликтной ситуации, имея разнообразные собственные интересы, были связаны еще и одним общим интересом, общей целью (доплыть до берега). Для того чтобы достичь этой общей цели, каждый из путешественников должен был часть своих ресурсов — продовольствия, воды, физической силы, одежды, нужных ему для достижения своих собственных целей, — выделить в «общий котел». Иначе им до берега не добраться.

Математическая особенность ситуации «путешественников в одной лодке» состояла в существовании некоторой монотонной зависимости степени достижения общей цели от вкладов путешественников в «общий котел»: чем больше туда будет вложено ресурсов, тем быстрее и легче будет достигнута общая цель [3].

Таким образом, рассматривается компромисс между экономическими системами в случае, когда каждый участник имеет критерии двух уровней: глобальный критерий верхнего уровня, относящийся к состоянию всех систем, и локальный критерий, относящийся к состоянию данной системы. Причем критерий верхнего уровня един для всех участников.

Иерархический компромисс между этими критериями представим в виде следующей двухшаговой процедуры (игра Γ_1): вначале строится эффективное множество для локальных критериев (нижнего уровня), а затем единый глобальный критерий в интересах метаигрока оптимизируется на этом эффективном множестве.

1. Примеры

1.1. Пример 1. Межстрановое противоборстство

Разработка игры была выполнена Павловским Ю.Н. [4,5], автор настоящей статьи принимал участие в обсуждении правил игры и проведении конкретных действий за одну из стран.

В основу комплекса был заложен объединённый имитационный подход, в рамках которого для описания экономических и военных процессов используются математические модели, а принятие решений осуществляется реальными участниками имитационной игры.

Имитационная игра трёх стран. Правила игры трёх стран.

Рассматривается виртуальный одномерный и замкнутый мир, расположенный на окружности (рис.1).

Государства могут поставлять друг другу мирную и военную продукцию по любой согласованной ими цене, размещать на своей территории производственные мощности и войска соседей, и наоборот, национализировать чужие мощности на своей территории, вступать между собой в союзы, вести войны, заключать мир.

В ходе дипломатических переговоров стороны имеют право, как угодно блефовать и обманывать друг друга, но участники должны оповещать посредников об истинных своих устремлениях.

Роль посредника состояла в проведении расчётов экономического и военного состояния стран на основе решений, которые принимались участниками-игроками.

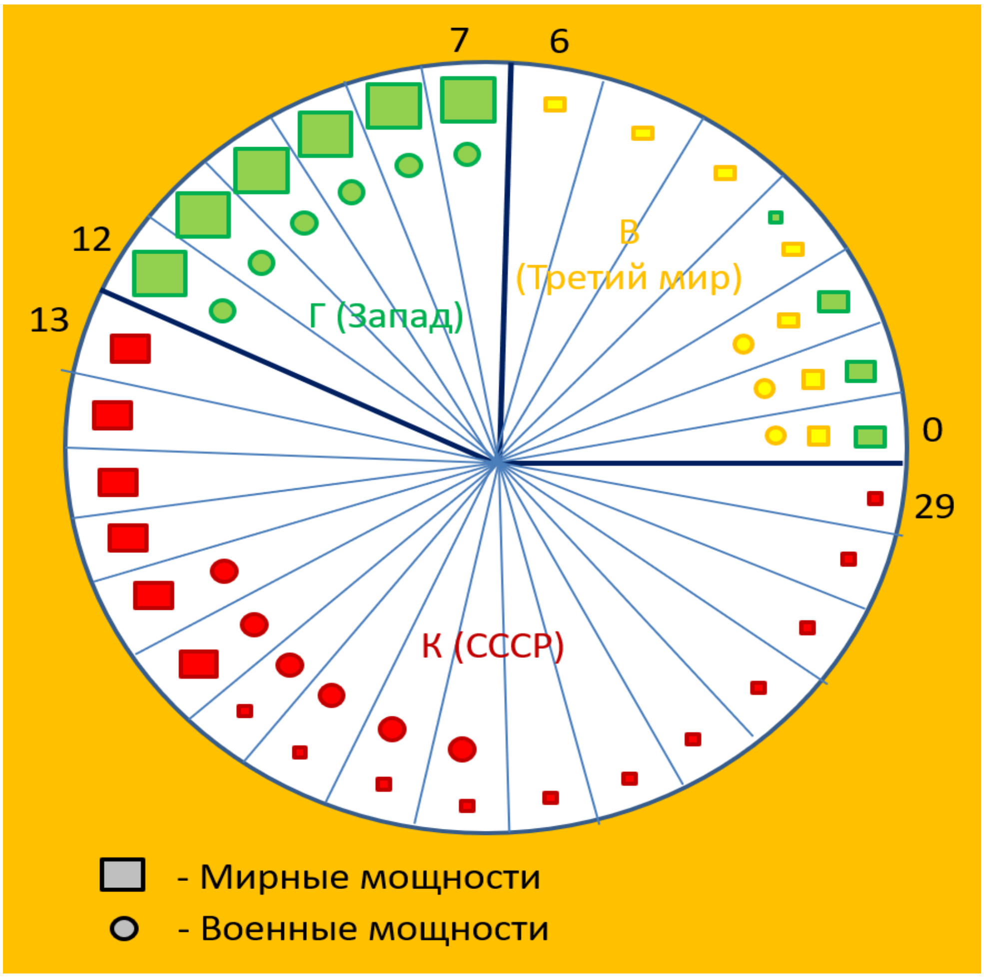

Рис. 1. Формализованное представление стран в игре

Описание экономики

У каждой из стран создана и развивается собственная экономика. Экономика состоит из двух секторов - мирного и военного. Военный сектор выпускает вооружения, которыми можно было впоследствии воевать. Мирный сектор выпускает высокотехнологичную продукцию, которую можно инвестировать либо в мирный сектор, либо в военный сектор.

Возможны конверсия мощностей и перемещение их в другие сектора. При этом теряется 10% мощности и 25 дней мощность не производит.

Уравнения динамики экономических переменных:

$$P_{\alpha,\beta,i,t+1} = P_{\alpha,\beta,i,t} - \mu_{\alpha,\beta,i} P_{\alpha,\beta,i,t} + \rho_{\alpha,\beta,i} I_{\alpha,\beta,i,t}, \; T_{\alpha,\beta,i,t+1} = \eta_{\alpha,\beta,i} P_{\alpha,\beta,i,t}.$$

Здесь α – индекс страны, который пробегает значения *Г, В, К;* β – индекс сектора экономики, который может принимать значения «*мирный*» и «*военный*»; i номер «географического» сектора – $0 \le i \le 29$; $P_{\alpha,\beta,i,t}$ – производственные мощности; $T_{\alpha,\beta,i,t+1}$ – выпуск продукции; $I_{\alpha,\beta,i,t}$ – инвестиции в развитие производственных мощностей, и, наконец коэффициенты $\mu_{\alpha,\beta,i}$ – амортизации, $\rho_{\alpha,\beta,i}$ – фондоемкости, и $\eta_{\alpha,\beta,i}$ – фондоотдачи.

Функционалом игры у посредника являлась сумма мощностей в мирном секторе в конечный момент, минус сумма мощностей в мирном секторе в начальный момент, деленная на сумму мощностей в мирном секторе в начальный момент, – кто больше нарастит относительные мощности за время игры. Это аналог народного блага за время игры.

$$\Phi_\alpha = \frac{\sum_i P_{\alpha,мирный,i,T} - \sum_i P_{\alpha,мирный,i,0}}{\sum_i P_{\alpha,мирный,i,0}} \to \max.$$

Война с применением обычных вооружений

Можно было воевать друг с другом, что означало, что вооружения сражаются на границе, сражаются не до полной победы или полного поражения. Обычно сражаются до потери боеспособности, а когда она происходит, то понижается уровень операций, из наступления переходят к обороне, из обороны переходят к отступлению. Таким образом движется линия фронта, так идет война обычными вооружениями. Приведем основные формулы, для моделирования боевых действий. Прежде всего, выделим три основные боевые операции: наступление – этой операции припишем ранг 3, оборона – ранг 2, и, наконец, отход – ранг 1. На линии фронта войска ведут боевые действия, испытывая потери в соответствии с уравнениями Осипова-Ланчестера 1 рода, с учетом подвода войск к линии фронта. Коэффициенты эффективности существенно отличаются в наступлении и обороне.

$$\frac{dN}{dt} = -\beta M + X_N, \frac{dM}{dt} = -\alpha N + X_M.$$

Боевые действия идут до потери одной из сторон психологической устойчивости, уменьшение которой коррелирует с относительными потерями стороны за время боя. Потеря устойчивости понижает ранг операции стороны на единицу – образуется новое сочетание операций сторон, некоторые из которых вызывают перемещение линии фронта.

Война – это приказ наступать, обороняться или отходить, на одной или на обеих границах. Возможно перемещение вооружений из других секторов к линии фронта.

Война с применением ядерного вооружения

Еще страны Г и К имели так называемое оружие повышенной мощности. Это не вполне эквивалент ядерному оружию, что-то ближе к тактической его разновидности, оно мощное, но не испепеляющее до конца. Были сформулированы свои правила работы с этим оружием, они определялись реалиями того времени, связанными с аналоговыми системами управления ракет, когда время перенацеливания было больше времени долета. Можно было узнать, что по тебе нанесли удар и либо сразу ответить по уже имеющемуся целераспределению, пока еще ничего не долетело, либо дождаться пока долетит и тем, что останется ударить по новому целераспределению

В течение 179 шагов Участники проводили дипломатические переговоры, вступали в коалиции, развивали, теряли и восстанавливали экономические потенциалы, обменивались продукцией, перемещали свои мощности, воевали обычным вооружением и оружием повышенной мощности, захватывали и теряли территории.

Наконец, в условиях значительного снижения духа противодействия у участников имитационной игры, стороны начали склоняться к мирным переговорам, в преддверии которых на 179 день посредник решил прекратить игру.

По формальному критерию игру выиграла страна В.

В этом описании Посредник, базируясь на системке уравнений развития процесса, с учётом метацели, на каждом шаге проведения игры может отследить, насколько игроки отклоняются от рациональных выборов в его понимании, т.е. насколько сильно происходит отклонение от рационального поведения в смысле метацели. В проведенном эксперименте Посредник выполнял роль пассивного наблюдатели и помощника игроков.

Далее предполагается, что Посредник, решая задачу управления двухуровневой системой с метацелью, описанную ниже, как процедуру иерархического компромисса, сможет проводить активную стратегию в своих интересах.

Вывод.

Проведенная игра показала, что предлагаемая процедура в компьютерном исполнении может быть с успехом использована не только в виде тренажёрного комплекса, но и в реальном процессе принятия решений.

Анализ избранных стратегий игроками позволяет оценить уровень компетенции лиц, принимающих решения, в реальных стратегических условиях.

1.2. Пример 2. Экологический компромисс

Описанная выше ситуация взаимоотношения игроков весьма естественно возникает при анализе различных стратегий общего мирового развития: на множестве возможных эффективных альтернатив экономического развития отдельных регионов выбрать общую стратегию минимального загрязнения. Соответствующее формальное описание далее опирается на глобальную межотраслевую модель, которая была разработана коллективом американских экономистов во главе с В. Леонтьевым [8] в рамках исследований ООН по возможным стратегиям мирового развития и международному экономическому сотрудничеству для определения показателей развития на период 1970-2000 гг. По своей структуре модель есть совокупность региональных блоков, связанных балансами товарных и финансовых потоков. Региональный блок состоит из двух частей: балансов затрат-выпуска по отраслям и макроэкономических уравнений. В работах ИЭОПП СО АН СССР и ВЦ АН СССР рассматривались многокритериальные модификации модели Леонтьева [7,9-11].

Дальнейшее рамссмотрение ведётся на простейшей модели 4 x 6, в которой мир разбит на два развитых региона (I – Северная Америка и II – остальные развитые страны) и два развивающихся региона (III – Латинская Америка и IV – остальные развивающиеся страны). Макроэкономические переменные модели включают инвестиции I, капитал K, занятость L и потребление λ. Вектор выпуска x состоит из 4-х товаров, участвующих во внешней торговле (сельское хозяйство, добывающая промышленность и тяжелая промышленность), отрасли услуг и отрасли очистки от загрязнения. Транспортная отрасль входит в отрасль услуг, которая таким образом, несет затраты на осуществление межрегиональных перевозок. Экспорт и импорт обозначены через $E = (E_1, \ldots, E_4)$ и $M = (M_1, \ldots, M_4)$ соответственно.

Уравнения затрат-выпуска для региона **s** принимают вид:

$$x_i^s = \sum_{i=1}^{6} a_{ij}^s x_j + \gamma_i^s I^s + c_i^s \lambda^s + \sigma_i^s p^s + E_i^s - M_i^s, \; i = 1,\ldots,4,$$

$$x_5^s = \sum_{i=1}^{6} a_{5j}^s x_j + \gamma_5^s I^s + c_5^s \lambda^s + \sigma_5^s p^s + \sum_{i=1}^{4} a_{tj}^s (E_j^s + M_j^s),$$

$$x_6^s = \sum_{i=1}^{6} a_{6j}^s x_j + \gamma_6^s I^s + c_6^s \lambda^s + \sigma_6^s p^s .$$

Здесь $A^s = \| a_{ij}{}^s \|$ – матрица технологических коэффициентов затрат, $a_{tj}{}^s$ – строка транспортных расходов, γ^s – вектор структуры инвестиций. Через P^s обозначена численность населения s-го региона; это параметр, который можно варьировать от варианта к варианту. c^s и σ^s – векторы коэффициентов структуры потребления в зависимости от уровня потребления и численности населения. Кроме того, на выпуски может быть наложено ограничение сверху и снизу

$$x_j \le \bar{x}_j, \; j \in \bar{J}, \; x_j \ge \underline{x}_j, \; j \in \underline{J}.$$

Здесь в $\bar{J}$ входят добывающие отрасли, а в $\underline{J}$ – отрасли, выпускающие конечный продукт.

Макроэкономические ограничения состоят из ограничения по труду, связи выпусков с капиталом и связи капитала с инвестициями:

$$\sum_{i=1}^{6} l_j^s x_j^s + c_l^s \lambda^s + \sigma_l^s p^s \le L^s,$$

$$\sum_{i=1}^{6} k_j^s x_j^s + c_k^s \lambda^s + \sigma_k^s p^s \le K^s,$$

$$c_I^s\lambda^s + r^s k^s + \sigma_I^s p^s = I^s .$$

Здесь ($c_l{}^s$, $c_k{}^s$, $c_I{}^s$) и ($\sigma_l{}^s$, $\sigma_k{}^s$, $\sigma_I{}^s$) – коэффициенты структуры конечного потребления в зависимости от уровня потребления и численности населения соответственно по трудовым ресурсам, основным фондам и инвестициям; l^s и k^s – векторы коэффициентов затрат труда и капитала по отраслям. L^s – есть общее количество труда, которое в модели фиксировано.

На экспорт и импорт наложено балансовое ограничение:

$$\sum_{i=1}^{4} p_i(E_i^s - M_i^s) \geq 0,\ \sum_{s=1}^{4} M_i^s = \sum_{s=1}^{4} E_i^s,\ i = 1,\ldots,4,$$

где p – вектор цен обмена.

В качестве целевых функций регионов – локальных критериев нижнего уровня принимаются параметры величины потребления λ^s.

Завершим описание модели формулировкой глобального критерия –суммарного загрязнения:

$$F_0 = \sum_{s=1}^{4} c^s x_6^s .$$

2. Процедура компромисса

2.1. Основные определения

Пусть ограниченное множество X задано системой линейных ограничений

$$Ax = b,\ x \geq 0,$$

где A – матрица $m \times n$, b – вектор, $x \in E^n$, и имеется k линейных функционалов $F_1(x) = (c_1, x), \ldots, F_k(x) = (c_k, x)$. Задача заключается в том, чтобы найти максимум функции $F_0(x)$ на множестве Парето для функционалов $F_1(x), F_2(x), \ldots, F_k(x)$, заданных на X [7,11].

Последующие построения опираются на теоремы [1,7]:

Определение. Если x^* – эффективная точка, то существует вектор $\lambda \in E^k,\ \lambda > 0,\ \sum_{i=1}^{k} \lambda_k \geq 1$ такой, что x^* является решением задачи линейного программирования

$$\sum_{i=1}^{k} (\lambda_i c_i, x) \to \max,\ x \in X,$$

и для любого $\lambda \in E^k,\ \lambda > 0,\ \sum_{i=1}^{k} \lambda_k \geq 1$ решение x^* задачи является эффективной точкой.

Определение. Областью оптимальности T_J базиса J называется множество

$$T_J = \{\lambda \in E^k | \Delta_l^J(\lambda c) \geq 0,\ l \in \widetilde{J}\}.$$

Определение. $\widetilde{J}$ – дополнение к J, т.е. $J \cap \widetilde{J} = \varnothing$ и $J \cup \widetilde{J} = \{1,\ldots,k\}$. Если $x_J = A_J^{-1} b \geq 0$ и $T_J \cap \mathcal{D} \neq \varnothing$, то базис J будем называть оптимальным. Крайняя точка x, соответствующая этому базису, будет эффективной, так как она является решением задачи линейного программирования при любом $\lambda \in T_J \cap \mathcal{D}$.

Определение. Соседним базисом для допустимого базиса будем называть любой допустимый базис, отличающийся от него на одну компоненту.

Формально исходная задача имеет вид

$$\max_{\lambda \in \mathcal{D}} \max_{x \in X_c(\lambda)} (g, x)$$

$$X_c(u) = \left\{ x \in X \,|\, \sum_{i=1}^{k} (\lambda_i c_i, x) = \max_{y \in X} \sum_{i=1}^{k} (\lambda_i c_i, y) \right\},$$

$$X = \{x \in E^n | Ax = b,\ x \ge 0\},\ \mathcal{D} = \{\lambda \in E^k | \lambda_i \ge 1,\ i = 1,\dots,k\}.$$

2.2. Принципиальная схема алгоритма

Шаг 1. При $\lambda = \lambda^0 \in D$ найти оптимальный базис J задачи:

$\max\limits_{x \in X} \sum\limits_{i=1}^{k} (\lambda_i c_i, x)$, записать J в очередь Р.

Шаг 2. Для каждого базиса $J \in$ Р проделать шаги 3, 4.

Шаг 3. Вычислить величину $F_J = \sum\limits_{j=1}^{n} g_i x_i|_J$

Шаг 4. Для базиса J по правилам прямого симплекс-метода построить соседние допустимые базисы, включающие индексы $\{1, \dots, n\} \setminus J$. Записать в очередь Р те базисы I, для которых $\mathcal{D} \cap T_I \ne \varnothing$. Положим $F^* = \max\limits_{J \in \mathbf{P}} F_J$.

Утверждение. Наибольшее значение линейного критерия на эффективном множестве равно F^*.

Доказательство следует из факта, что множество Парето является объединением конечного числа многогранных множеств [12], поэтому максимум линейного критерия достигается в одной из крайних точек. Покажем, что предлагаемый алгоритм построит все крайние точки Парето. Пусть λ^* – произвольная точка множества D. Рассмотрим задачу линейного программирования, зависящую от одного параметра $\beta \in [0, 1]$:

$$\sum_{i=1}^{k} \left(\left[\lambda_i^0 c_i + (-\lambda_i c_i^0 + \lambda_i^* c_i)\beta \right], x \right) \to \max,\ x \in X$$

Алгоритм параметрического исследования этой задачи [12] строит последовательность соседних допустимых базисов. В этой последовательности первый базис оптимален в задаче на шаге 1 при $\lambda = \lambda^0$, а последний при $\lambda = \lambda^*$. В предлагаемом алгоритме каждый найденный базис последовательности записывается в очередь и поэтому для него будет найден следующий базис последовательности и окончательно в очереди Р окажется базис, оптимальный при $\lambda = \lambda^*$. Если при $\lambda = \lambda^*$ оказываются оптимальными несколько базисов, то процедура, описанная на шаге 4, позволяет просмотреть все эти базисы.

3. Заключение

Изложен опыт разработки иерархического компромисса и приводятся примеры описания постановок содержательных задач, целей, информационного пространства и комплекса математических моделей, которые обеспечивают в совокупности, на основе описанной процедуры проводить анализ и вырабатывать альтернативы планирования и принятия стратегических решений.

Литература

1. *Гермейер Ю. Б.* Игры с непротивоположными интересами / С предисловием Н.Н. Моисеева — М.: Наука, 1976. — 328 с.
2. *Гермейер Ю.Б., Ваятель И.А.* Игры с иерархическим вектором интересов // Техническая кибернетика. 1974. No 3. С. 54–69.
3. *Моисеев Н.Н.* Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1981. – 488 с.
4. *Павловский Ю.Н.* Имитационные системы и модели. М.: Знание, 1990. 46 с.
5. *Белотелов Н.В., Бродский Ю.И., Оленев Н. Н., Павловский Ю.Н.* Опыт имитационного моделирования при анализе социально-экономических явлений, М.: МЗ Пресс. 2005, 137 с.
6. *Ерешко Ф.И., Чемезов С.В., Турко Н.И.* Моделирование взаимодействия стран как инструмент выработки компромиссных политических решений: практика теоретико-игрового подхода // Межгосударственное противоборство в условиях глобализации и его влияние на управление национальной обороной Российской Федерации: сборник материалов круглого стола (16 августа 2023 г.); ВАГШ ВС РФ. – Москва: Издательский Дом «УМЦ», 2023. – 478 с.
7. *Ерешко Ф.И.* Математические модели и методы принятия согласованных решений в активных иерархических системах. Диссертация на соиск. уч. степени докт. наук. ИПУ РАН, 1998. – 324 с.
8. Будущее мировой экономики (Доклад группы экспертов ООН во главе с *В. Леонтьевым*). – М.: Издательство “Международные отношения”, 1979. – 216 с.

9. *Гранберг А.Г., Рубинштейн А.Г.* Эксперименты с агрегированной межрегиональной моделью мировой экономики. // Известия Сибирского отделения Академии наук СССР, серия общественных наук, 1978. – № 6, выпуск. 2. – С. 25–36.
10. *Злобин А.С., Меньшиков И.С.* Исследование эффективных вариантов развития мировой экономики с помощью диалоговой системы. // Тезисы докладов конференции молодых экономистов и социологов, ч. II, – Новосибирск, 1979. – С. 111–115.
11. *Ерешко Ф.И., Злобин А.С.* Оптимизация линейной формы на эффективном множестве. // Труды II Всесоюзного семинара “Численные методы нелинейного программирования”. – Харьков, 1976. – С. 167–171.
12. *Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б.* Новые направления в линейном программировании, М., Сов. радио, 1966, – 524 с.