

КАЧЕСТВЕННЫЕ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ В КРИЗИСНЫЙ ПЕРИОД

Максимов Д.Ю., Журавлева Н.Г.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

jhanjaa@ipu.ru, dmmax@inbox.ru, ngzhur@mail.ru

Аннотация. В докладе рассматривается многозначная когнитивная карта, описывающая функционирование предприятия в кризисный период. Многозначная когнитивная карта обобщает аналогичное нечеткое понятие на случай лингвистических значений весов и концептов, без их пересчета в числовые значения. Изучается эволюция этой карты для некоторой новой шкалы лингвистических оценок.

Ключевые слова: устойчивость предприятия, многозначные когнитивные карты, нечеткие когнитивные карты, решетка лингвистических переменных.

Введение

Впервые, понятие нечеткой когнитивной карты (FCM) было введено в [1]. FCM это модели причинных отношений в некоторой системе с обратной связью, в которых нечеткие значения присваиваются понятиям (называемыми *концептами*) и отношениям между ними (называемыми *весами карты*). Увеличение значения, соответствующего некоторому понятию, влечет положительное или отрицательное увеличение значений других понятий, связанных с ним. Таким образом, получается сеть, аналогичная нейронной сети, в которой переменные и веса принимают значения в интервале [0, 1].

Однако такое нечеткое моделирование неопределенности не всегда удовлетворительно: теория оперирует только линейно-упорядоченными экспертными оценками, которые на самом деле могут быть частично-упорядоченными. Например, «положительное влияние», «нейтральное» и «негативное» с наибольшей оценкой, объединяющей эти три в теоретико-множественном смысле¹, и наименьшей оценкой «нет влияния».

Подобная шкала экспертных оценок весов и значений переменных используется здесь (похожая на шкалу в [2-4]) в *многозначной* когнитивной карте (MVCM) вместо интервала [0,1], который используется в нечетком случае. В этом случае экспертные оценки принимают значения в некоторой дистрибутивной решетке, т.е. в частично-упорядоченном множестве с операциями объединения и пересечения [5]. Такие шкалы оценок обобщают обычно используемые линейно-упорядоченные шкалы.

Доклад улучшает результаты [2] по использованию многозначной когнитивной карты, оценивающей устойчивость предприятия в кризисный период. В этой карте экспертные оценки весов и концепты также принимают значения в дистрибутивной решетке лингвистических значений, но эта решетка теперь другая, более простая и понятная. Также, несколько усовершенствована программа, вычисляющая эволюцию этой карты, что, в целом, привело к стабильному и более правдоподобному результату.

Работа организована следующим образом: в разделе 1 напомним понятие и свойства многозначной когнитивной карты, описывается карта, используемая в докладе. Раздел 2 посвящен расчетам и сравнению с предыдущими работами. В заключении формулируются результаты.

1. Основные используемые понятия

1.1. Решетки [5]

Решетка – это частично-упорядоченное множество, в которой для любых двух элементов есть точная верхняя грань или объединение \vee (\sup , \max) и точная нижняя грань или пересечение \wedge (\inf , \min). Точная верхняя грань двух элементов — это наименьший элемент решетки, содержащий оба эти элемента (в теоретико-множественном смысле). Двойственно определяется точная нижняя грань. Полная решетка – это решетка, в которой любые два подмножества имеют объединение и пересечение. Это означает, что в непустой полной решетке есть наибольший «Т» и наименьший «0» элементы. Генераторами решетки называются такие ее элементы, из которых все остальные получаются путем объединения и пересечения. Если пересечения всех генераторов пустые, то такая решетка называется

¹ Это означает, что влияние может быть разным, в зависимости от ситуации

атомной. В дистрибутивных решетках выполняются законы дистрибутивности относительно объединения и пересечения.

1.2. Когнитивные карты

Графическое представление используемой (многозначной) когнитивной карты изображено на рис. 1 (расшифровку см. разд.2). Экспертные знания о поведении системы хранятся в структуре такого графического представления карты. Каждое понятие C_i представляет собой характеристику рассматриваемой системы. Он может представлять цели, события, действия, состояния и т. д. системы. Каждое C_i характеризуется элементом A_i решетки L , представляющим значение понятия, и получается из экспертного мнения о реальном значении переменной системы, представляющей это понятие. Используемая решетка мнений экспертов и значений переменных изображена на рис. 2.

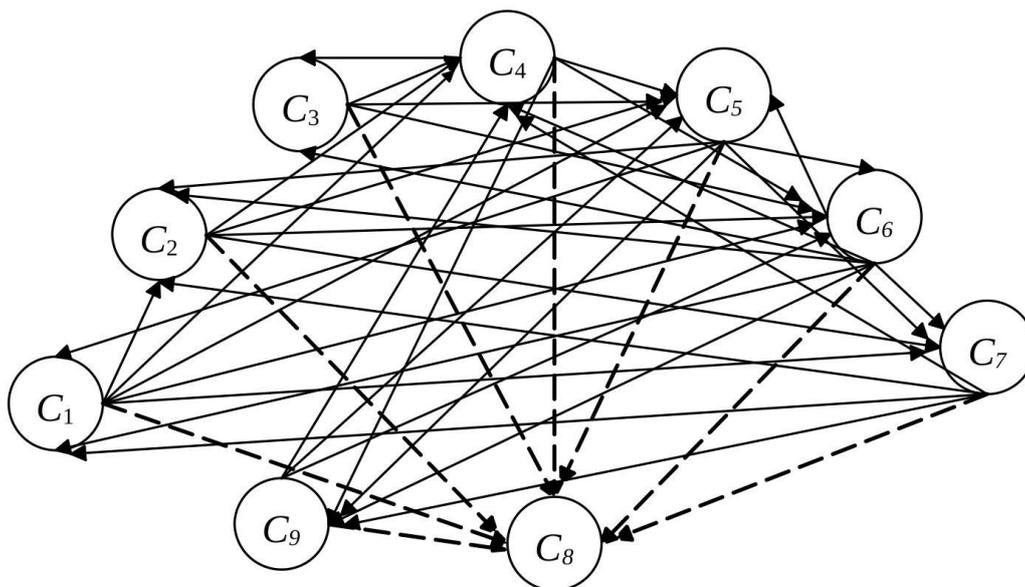


Рис. 1. Когнитивная карта функционирования предприятия в кризисный период

Причинность между понятиями допускает степени причинности, которые также принадлежат решетке L ; таким образом, веса связей w_{ij} являются элементами решетки и представляют собой экспертные степени неопределенности взаимного влияния концептов. Значение w_{ij} показывает, насколько сильно концепт C_i влияет на концепт C_j . В отличие от нашего случая, в нечетких когнитивных картах веса и концепты принимают значения в числовом интервале $[0, 1]$.

Система эволюционирует в дискретном времени из состояния, описываемого экспертными оценками значений весов и начальных значений концептов. Уравнение, в котором вычисляются значения концептов A_i , $i = 1 \dots n$ в нечеткой когнитивной карте с n узлами и весами w_{ij} , $i, j = 1 \dots n$, на шаге k может быть записано в общем виде так [6]:

$$A_i^k = f(\sum_{j=1}^n w_{ji} \cdot A_j^{k-1}), \quad (1)$$

Функция f имеет двойное назначение — во-первых, она стягивает сумму в требуемый интервал $[0, 1]$ и, во-вторых, обеспечивает сходимость карты. Поэтому функция f должна иметь сигмоидный вид (или вид гипертангенса) [6].

В многозначной карте операции на решетке никогда не выводят значение концептов за ее пределы, поэтому специально ограничивать их не нужно. Кроме того, формула (1) имеет тот недостаток, что концепты, которые не зависят от остальных и не должны меняться в процессе функционирования карты или меняются внешним образом, функцией f все-равно стягиваются в середину интервала $[0, 1]$, что приводит к неправильным результатам [2].

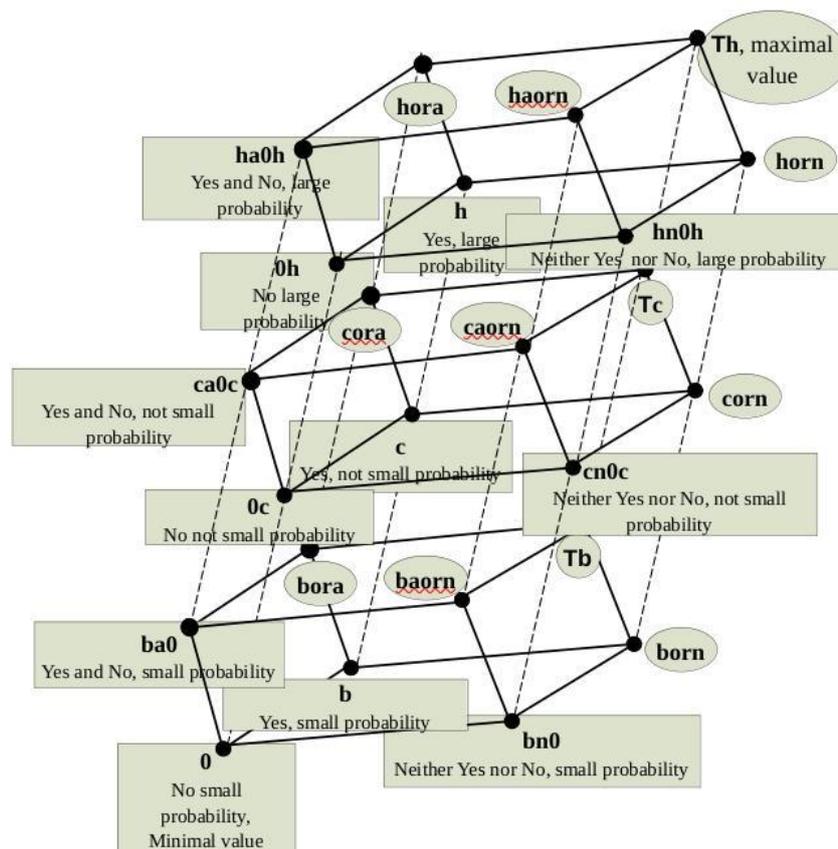


Рис. 2. Решетка L значений концептов и экспертных оценок

Поэтому, эволюция *многозначной* карты от начальных значений к конечным описывается уравнением [2]:

$$A_i^k = c_i^{k-1} \cdot f_i^{k-1} \cdot \bigvee_{j=1}^n w_{ji} \cdot A_j^{k-1}, \quad (2)$$

в котором A_i^k — это значения концептов на k -м шаге, символ \bigvee — это решеточное объединение, которое заменяет сумму в обычной формуле, а вместо умножения далее в вычислениях используется его частный случай — решеточное пересечение \wedge .

В [2] доказано, что такая карта сходится для определенного класса решеток экспертных оценок, к которому принадлежит и решетка L , используемая в докладе. Эта решетка получается, как прямое произведение двух более простых решеток: $L = L_1 \times L_2$. Решетка L_2 предоставляет базовые варианты экспертных оценок, а решетка L_1 распределяет эти оценки по вероятным степеням влияния, которые линейно упорядочены (рис. 3).

На всех этих решетках объединение элементов трактуется как связка «или». Например, экспертная оценка *bora* означает «негативное или нейтральное влияние». Элементы *ba0* (негативное влияние), *b* (нейтральное влияние), *bn0* (позитивное влияние), *0c* (нет влияния, со средней вероятностью), *0h* (нет влияния, с высокой вероятностью) являются генераторами решетки (т.е. из них образуются все остальные элементы путем объединения) и их смысл задается априори². Смысл остальных элементов ясен из рис. 2,3.

2. Эволюция когнитивной карты

Задача принятия решений по обеспечению устойчивости предприятия в кризисный период с использованием MVCM основана на примере использования модели FCM [7]. В исходной модели FCM

² Строго говоря, эта решетка не является атомной, но если ее узлы представлять *мультимножествами* генераторов, то все результаты [2] сохраняются.

существует только одна концепция принятия решений — выход C_8 , т. е. устойчивость предприятия в кризисный период. Здесь она принимает значения в решетке L (рис. 2), а не в $[0, 1]$.

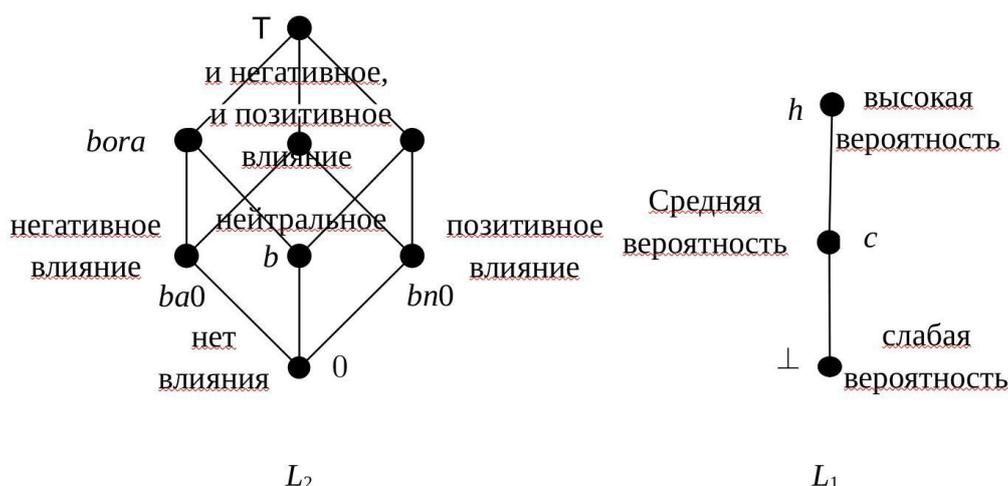


Рис. 3. Исходные решетки L_1 и L_2

Качественные статистические экспертные оценки рассматриваются со значениями в решетке L . Они определяют, как каждое понятие будет функционировать в этой модели, и это: C_1 : продажи, C_2 : оборот, C_3 : расходы, C_4 : долги и кредиты, C_5 : исследования и инновации, C_6 : инвестиции, C_7 : доля рынка, C_9 : текущий капитал (рис. 1).

В модели FCM понятия C_2 : оборот, C_3 : расходы, C_6 : инвестиции, C_7 : доля рынка и C_8 : устойчивость системы растут и заканчиваются в интервале $[\geq 0.72, \leq 0.88]$, т.е. в области высоких значений лингвистической шкалы из [7] (C_4 : долги и кредиты заканчиваются в 0,62, т.е. в средней области). C_1 : продажи немного проседают, а остальные два не меняются. Утверждается, что такое финальное значение C_8 достаточно для обеспечения устойчивости предприятия. Однако постоянные значения C_5 : исследования и инновации и C_9 : текущий капитал противоречат росту других концепций. Начальные значения C_6 : инвестиции и C_7 : доля рынка также слишком малы для высокой стабильности. Более того, многие элементы весовой матрицы вызывают вопросы [8]. Таким образом, такое поведение модели не является удовлетворительным.

В [2] эта когнитивная карта изучалась с решеточными значениями весов и переменных и формулой (2). Решетка значений строилась из L_2 , но еще и не линейно-упорядоченной решетки L_1 , в отличие от рис. 3. Элементы весовой матрицы и исходные значения концептов модели [7] были скорректированы [8] и перенесены в решетку L , используя следующее соответствие: очень высокие значения по лингвистической шкале: 1–0,9 — множество из 5 генераторов; высокие: 0,8–0,7 — множество из 4 генераторов; средние: 0,6–0,5 — множество из 3 генераторов; низкий: 0,4 – 0,3 — множество из 2-х генераторов; очень низкий: 0,2 – 0,1 – 1 генератор. Таким образом, почти все растущие концепты в модели FCM оказываются на уровне, соответствующем 4 генераторам в модели MVCM. Результирующая весовая матрица для модели MVCM (приведенная к решетке L рис. 2) и эволюция карты показаны на рис. 4³ и рис. 5⁴ соответственно. При этом, рис. 5 исправлен по сравнению с [2].

³ Знак «-» означает, что в (2) члены с этим значением вычитаются как множества генераторов

⁴ Значения с c и d в именах переменных эквивалентны относительно решетки L_2 , но несравнимы относительно нелинейного варианта решетки L_1

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
C1	0	corn	0	-born	b	baorn	cora	hora	hn0h
C2	0	0	0	-ba0	bn0	cora	bn0	born	0
C3	0	bora	0	bora	cora	0	0	corn	-cora
C4	0	0	bora	0	-haorn	-hora	0	-Tc	0
C5	b	ba0	0	0	0	cora	bora	bn0	-b
C6	bora	b	Tc	corn	bora	0	born	cora	-b
C7	Tc	born	0	-ba0	0	0	0	Tb	0
C8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C9	0	0	0	-bora	0c	baorn	0	b	0

Рис. 4. Весовая матрица используемой многозначной когнитивной карты

k	0	1	2	3	4	5	6	7
C1	Th	corn	Tc	Tc	Tc	Tc	Tc	Tc
C2	dora	Tc						
C3	ba0	born	Tb	baorn	Tb	baorn	baorn	baorn
C4	bn0	b	0	b	0	0	0	0
C5	h	Tb	Td	Tb	Tb	Tb	Tb	Tb
C6	born	Td	baorn	Td	baorn	Tb	Tb	Tb
C7	corn	Tc						
C8	Tb	hora	haorn	Tc	haorn	caorn	caorn	caorn
C9	corn	haorn	corn	caorn	caorn	caorn	caorn	caorn

Рис. 5. Исправленная эволюция карты

Дело в том, что из-за нелинейности решетки значений переменных, в конце эволюции карты, эволюция может заикливаться — последовательные значения концептов могут меняться между двумя несравнимыми элементами решетки. При этом после одного цикла повторения карта может из цикла выйти (строка для C_3 на рис. 5). Этот момент раньше не учитывался и результаты могли несколько меняться от запуска к запуску. Кроме того, общее поведение, как это видно из рис. 5, хоть и лучше, чем в [7] и даже в [2], но все-равно текущий капитал практически не меняется, что противоречит здравому смыслу: видно, что C_1 : продажи немного проседают, как и в модели FCM; C_5 : исследования и инновации и C_9 : текущий капитал, как и в модели FCM, не изменяются, но качественно, т.е. по количеству генераторов; C_4 : долги и кредиты минимизированы, в отличие от модели FCM, что, однако, возможно; C_2 : оборот, C_7 : доля рынка и стабильность системы — C_8 — растут, как и в модели FCM; C_3 : расходы и C_6 : инвестиции растут меньше.

Если теперь запустить ту же карту, но с весовой матрицей рис. 4 и решеткой значений рис. 2, то эволюция будет стабильно такой, как на рис. 6:

k	0	1	2	3	4	5	6	7
C1	Th	corn	Tc	Tc	Tc	Tc	Tc	Tc
C2	cora	Tc						
C3	ba0	born	Tb	baorn	Tb	baorn	baorn	baorn
C4	bn0	b	0	b	0	0	0	0
C5	h	Tc						
C6	born	Tc	caorn	Tc	caorn	caorn	caorn	caorn
C7	corn	Tc						
C8	Tb	cora	caorn	Tc	caorn	caorn	caorn	caorn
C9	corn	caorn	corn	0c	cn0c	cn0c	cn0c	cn0c

Рис. 6. Эволюция карты со значениями в новой решетке L

Видно, что по параметрам, которые некорректно себя вели раньше ситуация улучшилась: траты на C_5 : исследования и инновации увеличились (по числу генераторов с 3 до 4), а C_9 : текущий капитал стал

тратиться на это и на захват рынка — C_7 : доля рынка. При этом устойчивость предприятия несколько ниже чем в [7], если ее пересчитать в число, — 0.5-0.6.

3. Заключение

В докладе была рассмотрена усовершенствованная модель устойчивости предприятия в кризисный период. В результате оправдана когнитивная карта, построенная для этого в [7] — все параметры теперь ведут себя вполне разумно, в отличие от предыдущих работ [7], [2]. Кроме того, усовершенствованная программа вычисления эволюции когнитивной карты этой модели теперь выдает этот результат стабильно для любого запуска. Оба этих результата косвенно свидетельствуют в пользу того, что в подобных расчетах при конструировании решетки значений переменных лучше использовать только одну общую решетку, а для степеней уверенности/влияния — линейно-упорядоченную шкалу.

Литература

1. *Kosko B.* Fuzzy cognitive maps // Intern. Journal of Man-Machine Studies. – 1986. – N 24. – P. 65–75.
2. *Maximov D.* Multi-Valued Cognitive Maps: Calculations with Linguistic Variables without Using Numbers // Fuzzy Sets and Systems. – 2023. – Vol. 459. – P. 1–21.
3. *Maximov D.* Fitting Weights up to the Second Order in Multi-Valued Cognitive Maps. Aircraft Control Mode Selection // Proc. of the 16-th Int. Conf. Management of Large-Scale System Development (MLSD). – Moscow: IEEE Explore Digital Library, 2023. – P. 1-4.
4. *Maximov D.* Lattice Expansion of Fuzzy Concepts // Iran. J. of Fuzzy Systems. – 2023. – Vol. 20, N 4. – P. 153–164.
5. *Birkhoff G.* Lattice Theory. – Providence, Rhode Island, 1967.
6. *Glykas M.*, ed. Fuzzy Cognitive Maps Advances in Theory, Methodologies, Tools and Applications. / in Stud. in Fuzz. and Soft Comp. – Vol. 247. – Berlin Heidelberg: Springer, 2010.
7. *Groumpos P. P.* Why model complex dynamic systems using fuzzy cognitive maps? // Robotics and Automation Engin. J. – 2017. – Vol. 1, N 3. – P. 1–13. doi: 10.19080/RAEJ.2017.01.555563.
8. *Нижегородцев Р. М.* Частное сообщение