

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ КРЕДИТНЫХ РИСКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И МОНТЕ-КАРЛО

Сизых Д.С., Ковалев Р.А., Сизых Н.В.

Национальный Исследовательский Университет Высшая Школа Экономики, Москва, Россия
dsizykh@gmail.com, rakovalev@edu.hse.ru, sizykh_n@mail.ru

Аннотация. Предложена усовершенствованная модель оценки кредитного риска Мертона для российского финансового рынка, в которой используется имитационный метод Монте-Карло и прогнозирование данных с помощью модели SARIMA. В настоящее время в оценке кредитного риска широко применяются методы, разработанные в европейских странах. Однако их применение на российском рынке без соответствующей адаптации может привести к неточным прогнозам. В процессе выполнения работы были адаптированы и усовершенствованы современные методы оценки кредитного риска Мертона и Васичека. Данные методы предложено использовать в реализации имитационной модели Монте-Карло, которая обладает высокой адаптивной способностью, что позволяет эффективно применять ее в российских условиях. При этом для прогнозных данных используется модель SARIMA. Предложенная модель оценки кредитных рисков апробирована на реальных данных компаний двух отраслей. Полученные результаты показали ее эффективность и возможность применения на российском кредитном рынке.

Ключевые слова: кредитный риск, модель Мертона, модель Васичека, имитационная модель Монте-Карло.

Введение

В настоящее время в связи с чувствительностью финансовой системы к нестабильности мировой экономики необходимо повышать эффективность управления рисками. Это в первую очередь касается российских банков. В последние годы кредитование российских компаний стало серьезной и растущей проблемой для финансового сектора [1,2]. Усовершенствование методологии оценки кредитного риска дает возможность существенно улучшить экономическое состояние страны, а также снизить одну из основных опасностей, с которыми сталкивается банковская отрасль.

Актуальность рассмотрения вопроса о российских методиках оценки кредитного риска и их совершенствовании определяется рядом показателей: невозможностью учета многих факторов, влияющих на кредитоспособность, ненадежностью или отсутствием информации о заемщике, некачественной оценкой кредитного риска, используемой банками и прочее. Модели на основе фундаментальных данных, зачастую используемые на российском кредитном рынке, не позволяют получить качественные результаты в силу приведенных выше причин. А рыночные модели, которые широко используются в странах с высокоразвитой экономикой, требуют специальной адаптации к российскому рынку. Кроме этого, необходимо учитывать, что наиболее часто применяемые структурные модели имеют много модификаций, а алгоритмы их применения и используемые показатели часто являются закрытой информацией. К тому же, следует отметить, что существующая методология оценки кредитных рисков, основанная на присвоении рейтинговых значений, постепенно устаревает и требует современных изменений.

Точная оценка вероятности дефолта имеет решающее значение для оценки кредитного риска, особенно на развивающихся рынках, таких как Россия, где данные могут быть ограничены или неполные. Метод Монте-Карло предлагает ряд преимуществ для оценки кредитного риска с использованием российских данных:

- данный метод может быть легко адаптирован для учета различных типов кредитных продуктов, сроков погашения и экономических условий;
- метод позволяет явно учитывать неопределенность, связанную с будущими событиями, такими как изменения процентных ставок, дефолты и восстановление долга, что является нормальной практикой;
- метод может обеспечить более точные оценки кредитного риска по сравнению с традиционными методами, особенно для сложных кредитных портфелей.

Поэтому целью проведенного исследования является совершенствование модели оценки кредитного риска с использованием метода Монте-Карло для российских кредитных организаций, что позволит повысить эффективность управления кредитованием. В работе была проверена следующая гипотеза: адаптация и усовершенствование современных моделей оценки кредитного риска с применением метода Монте-Карло позволит предложить модель, которая может эффективно применяться на российском кредитном рынке.

1. Обзор литературы

Одной из наиболее важных проблем для банка является качественная оценка кредитного риска, поскольку неплатежи по кредитам со стороны заемщиков и плохо продуманная практика управления рисками в банках являются причиной большинства банкротств банков во всем мире. Например, в своей статье Куниберт Раффер [3] анализирует вопрос, почему кредитный риск и ответственность являются ключевыми рыночными процессами и как можно управлять риском. Вывод о том, что крайне важно изучить существующие процедуры оценки кредитного риска сделан в статье Нин Чени др. [4]. Авторы этой статьи рассмотрели классические статистические модели и передовые интеллектуальные алгоритмы прогнозирования финансовых затруднений, уделив особое внимание последним достижениям в этой области.

Даррелл Даффи и Кеннет Синглтон [5] используют основные положения ценообразования для количественной оценки риска портфеля и оценки дефолтных облигаций, кредитных деривативов и других активов с кредитным риском. В статье исследуется анализ ценообразования и кредитных деривативов, который заставил финансовые учреждения по всему миру изменить свою политику управления кредитами.

Существует несколько методов снижения риска дефолта. Dexiang Wu и Desheng Dash Wu [6] в своем исследовании представили методику оценки и сравнения частично диверсифицированных портфелей кредитно-дефолтных свопов. Данное исследование показывает, что решения, основанные на ограниченной диверсификации, более надежны с точки зрения структуры распределения и снижения рисков вне выборки, а методы оптимизации, основанные на частичной диверсификации, дают варианты решения многих вопросов, связанных с неизвестными опасностями. Модели дефолта кредитного риска полезны для прогнозирования роста дефолта в отдельных фирмах и портфелях компаний. Они помогают контролировать риски и принимать обоснованные инвестиционные решения. Например, в работе [7] Джордж Джумбе дал обзор моделей дефолта кредитного риска, включая подробное обсуждение многих форм этих моделей. Предпосылка структурных моделей заключается в том, что вероятность дефолта может быть определена на основе активов и обязательств компании. Рыночная стоимость активов компании специально противопоставляется стоимости ее долга. Если рыночная стоимость активов меньше суммы кредита, то фирма находится в состоянии дефолта. Напротив, сокращенные модели проще и предполагают внешнюю причину дефолта. Такие модели игнорируют баланс компании и вместо этого считают, что дефолт — это случайное событие, которое может произойти по причинам, не зависящим от организации.

Общепризнанные процедуры оценки и регулирования кредитного риска для интересующих стран подробно изложены в нормативных актах Банка России [8,9], Европейского центрального банка [10-12] и банка Англии [13]. Эти правила включают предлагаемые модели оценки кредитного риска, дополненные формулами и подробными описаниями. Эти документы служат основой исследования, предоставляя необходимый фундаментальный материал с достаточной глубиной.

В практике измерения кредитного риска чаще всего используются структурные модели оценки, которые являются более точными по сравнению с моделями на основе фундаментальных данных [10,14]. Наиболее известной структурной моделью является модель Мертона. Это одна из самых первых моделей оценки вероятности дефолта, на которой базировалось большинство других. В 1974 г. Р. Мертон (Merton) усовершенствовал модель Ф. Блэка и М. Шоулза (Black & Scholes) и предложил модель, которая устанавливает взаимосвязь между кредитным риском и структурой капитала компании [15]. Модель Блэка-Шоулза изначально использовалась для анализа опционов, но именно Роберт Мертон первым применил теорию опционов к проблеме оценки ответственности фирмы в случае дефолта. Он предложил подход, в котором собственный капитал (СК) публичной компании рассматривается как опцион-колл на рыночную стоимость активов компании с ценой исполнения равной обязательствам компании. Тогда по аналогии с формулой Блэка-Шоулза для стоимости опциона-колл на акцию имеем:

$$\text{Call Option on Equity} = (\text{Share Price}) \times N(d_1) - (\text{Exercise Price}) \times e^{-rt} \times N(d_2)$$

$$\text{Call Option on Asset Value} = (\text{Asset Value}) \times N(d_1) - (\text{Default Point}) \times e^{-rt} \times N(d_2),$$

$$(\text{Call Option Equity} = (\text{Share Price}) * N(d_1) - (\text{Exercise Price}) * e^{-rT} * N(d_2))$$

$$\text{Call Option Asset Value} = (\text{Asset Value}) * N(d_1) - (\text{Default Point}) * e^{-rT} * N(d_2),$$

где Share Price – стоимость акции – заменяется на Asset Value – стоимость активов, а Exercise Price – цена исполнения – заменяется на Default Point – точку дефолта компании.

Стоимость собственного капитала и волатильность собственного капитала будет являться функцией от следующих переменных:

$$V_E = f([V_A]; [\sigma_A]; [\text{структура}_\text{капитала}]; [r_f])$$

$$\sigma_E = f([V_A]; [\sigma_A]; [\text{структура}_\text{капитала}]; [r_f])$$

V_A – рыночная стоимость активов, σ_A – стандартное отклонение доходности активов, r_f – безрисковая ставка.

Один из новаторских вкладов в оценку стоимости кредитного портфеля (CVaR) Олдриха Васичека представлен в справочнике Сомнатха Чаттерджи (2015) [16,17]. Эта модель является основой формулы взвешивания рисков, используемой в Базельском соглашении II, международном стандарте банковского надзора, разработанном Базельским комитетом по банковскому надзору. Практика применения данного метода в России затруднена, так как большая часть отечественных компаний не имеет рейтинга. Рейтинги обычно присваиваются рейтинговыми агентствами. Данная метрика используется при расчете финансовых потерь, когда контрагент уже не сможет выплатить свои обязательства.

Исследователи Дэвид и Уэйн из Лондонского университета подчеркивали преимущества использования метода Монте-Карло для оценки кредитного риска [18]. Будучи численным методом, точность метода Монте-Карло возрастает с увеличением количества выполненных симуляций. Это преимущество особенно важно в контексте оценки кредитного риска, где точные результаты имеют решающее значение для принятия обоснованных решений о кредитовании. Метод Монте-Карло позволяет исследователям моделировать сложные сценарии дефолта, учитывая неопределенность различных факторов, влияющих на кредитный риск. Кроме того, вычислительная мощность современных компьютеров позволяет проводить большое количество симуляций в разумные сроки. Это делает метод Монте-Карло практичным и эффективным инструментом для оценки кредитного риска в реальных условиях [19,20].

2. Методология

В расчётах структурных моделей учитывается три главных детерминанты вероятности дефолта компании: рыночная стоимость активов, риск активов, финансовый рычаг. Одной из самых популярных структурных моделей является Moody's KMV – модификация модели Мертона. Так как KMV является коммерческой моделью, то «тонкие моменты» не поддаются разглашению и есть возможность копировать ее по описанию. Moody's KMV обеспечивает возможность вычислений на основе разнообразных видов обязательств и их уникальных аспектов. Поскольку компании часто продолжают свою деятельность, даже если их активы становятся меньше обязательств, так как последние часто имеют долгосрочную природу, то в модели Moody's предложили, что точка дефолта находится между краткосрочным долгом и общей суммой обязательств. Исходя из этого, можно сказать, что дефолт наступает, когда выполняется следующее равенство:

$$[\text{Рыночная стоимость активов}] - [\text{Точка дефолта}] = 0$$

Тогда «расстояние до дефолта» (Distance to default (DD)) – можно показать следующим образом:

$$DD = \frac{[\text{Рыночная стоимость активов}] - [\text{Точка дефолта}]}{[\text{Рыночная стоимость активов}]_{\sigma_A}}$$

Риск активов измеряется волатильностью стоимости этих активов. Расчет расстояния дефолта (DD) определяется шестью переменными:

- текущая стоимость активов;
- распределение стоимости активов на горизонте;
- волатильность будущей стоимости активов на горизонте;
- точки дефолта, стоимость обязательств;
- ожидаемый процентный рост активов на горизонте;
- длина горизонта.

Вероятность дефолта определяется как вероятность снижения стоимости активов ниже уровня точки дефолта, представленной как черная область на графике, который отображает Ожидаемую Частоту Дефолта (Expected Default Frequency - EDF). Вероятность дефолта рассчитывается в три этапа:

- оценка активов, дрейфа и волатильности рыночной капитализации;
- расчет DD;
- расчет вероятности дефолта.

Данная модель рассчитана на сложную структуру обязательств и может нам сообщить о возможности дефолта в любой момент времени.

В качестве «Точки дефолта» (Default Point (DP)) используют:

$$DP = STD + 0.5 * LTD,$$

где STD – краткосрочные обязательства, а LTD – долгосрочные обязательства.

Тогда расстояние до дефолта:

$$DD = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{DP}\right) + (\mu - 0.5 * \sigma_A^2)T}{\sigma_A \sqrt{T}},$$

где μ – это среднее по кривой бескупонной доходности с матьюрити 1 год.

Данные для расчетов размещены на сайте Центробанка.

Таким образом, вероятность дефолта равна:

$$PD = N(-DD)$$

Для дипломной работы будет использован горизонт, равный году, то есть $H = 1$.

Модель Васичека тоже относится к классу структурных моделей для оценки процентных ставок [16,17]. Модель основана на предположение о том, что процентные ставки имеют некоторые долгосрочное равновесное значение. Для прогнозирования процентных ставок и их волатильности в любой момент времени в будущем, в том числе на бесконечном горизонте в долгосрочной перспективе необходимо понимать какая процентная ставка на момент расчета (примем ее за r_0). Тогда процентная ставка будет выглядеть следующим образом:

$$Er_{+t} = r_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at})$$

b — параметр, к которому стремятся ставки стремятся в долгосрочной перспективе;

a — это скорость сближения или скорость приведения процентных ставок к их равновесному значению.

Можем посчитать волатильность процентной ставки, как:

$$Volatility = \sqrt{Vr_{+t}}$$

где Vr_{+t} (standard arrow of regression) определяется как:

$$Vr_{+t} = \frac{\sigma^2}{2a} (1 - e^{-2at}),$$

а параметр σ^2 соответствует отклонению процентной ставки.

Волатильность показывает на сколько базисных пунктов отклонилось значение процентной ставки за определенный период. (1 базисный пункт = 0.01%)

Поскольку необходимо получить данные по вероятности дефолта на какой-то временной период, то для усовершенствования рассмотренных структурных моделей используем метод Монте-Карло с дальнейшим прогнозированием с помощью регрессионной модели SARIMA. Для настройки параметров модели SARIMA в данном исследовании применяется метод "поиска по сетке", который состоит в том, что исследуются все возможные комбинации параметров из определенного набора значений, при обучении модели на каждой из этих комбинаций. С технической точки зрения необходимо найти баланс между временем, с которым будет выполняться программа и качеством исходной модели. При построении прогноза необходимо учитывать остатки (ошибки) модели SARIMA. Это разница между фактическими значениями временного ряда и прогнозируемыми значениями, которые получаются с использованием модели.

В контексте Монте Карло будет использована случайная величина, которая. Ее значение используется для генерации случайного шума, который добавляется к прогнозируемым значениям цен закрытия. Добавлением случайного шума позволяет учесть случайные изменения и неопределенность в модели, что делает прогнозы более реалистичные. Для расчетов потребуется использовать среднее

по всем симуляциям, максимум на последний рабочий день года и минимум на последний рабочий день года. Метод Монте Карло будет удобным применением для рейтинговых агентств, так как данная методология способна «построить» большое количество траекторий развития активов.

3. Практическая часть, апробация модели

3.1. Данные

Данное исследование проводилось на примере российских компаний нефтяного и телекоммуникационного секторов. Исторический период для котировок акций был взят для усовершенствованной модели KMV – 2021 год и 2023 год (1-3 квартала), а для модели Васичека 2019-2023 г.г. История котировок представляется в виде временного ряда, потому что обладает характерными признаками ряда. Данное решение является очень удобным, так как это поможет выявить закономерности, делать прогнозы и принимать решения на основе прошлых данных. Прогнозирование будущих данных проведем путем обучения модели SARIMA, которая является сезонным вариантом ARIMA. Данные для обучения будут взяты за первые 3 квартала, а прогнозирование будет за 4-ый квартал. Финансовая отчетность была взята с сайтов компаний, а данные по котировкам - сайта фондового рынка.

3.2. Результаты

По усовершенствованной модели KMV. Для построения прогнозов котировок цен акций был проведен предварительный анализ временного ряда котировок акций за первые 3 квартала 2023 года. Практические (т.е. реальные) временные ряды не являются стационарными. По тесту ADF результаты показали, что временные ряды котировок акций не являются стационарными. Были подобраны параметры модели SARIMA для анализируемых компаний. По параметрам можно определить, что у нефтяных компаний прогнозируемые значения не будут зависеть от предыдущих значений. Этот вывод сделан из параметра авторегрессии.

В нашем исследовании, чтобы сделать временные ряды стационарными необходимо исходные данные один раз продифференцировать. Затем рассматривались случайные величины. Самым близким к реальным значениям является распределение случайной величины по Стьюденту. Используя метод Монте-Карло получим значения нескольких симуляций данных для 4 квартала, по которым можно делать предварительный вывод об оценках кредитного риска. На рисунке 2 приведен график котировок акций компании Сегеджа на 2023 год, где среднее значение по всем симуляциям на 4 квартал 2023 года показано отдельно и характеризуется высокой волатильностью. На рисунке 1 приведено моделирование траекторий методом Монте-Карло котировок акций компании Сегеджа на 4 квартал 2023 года.

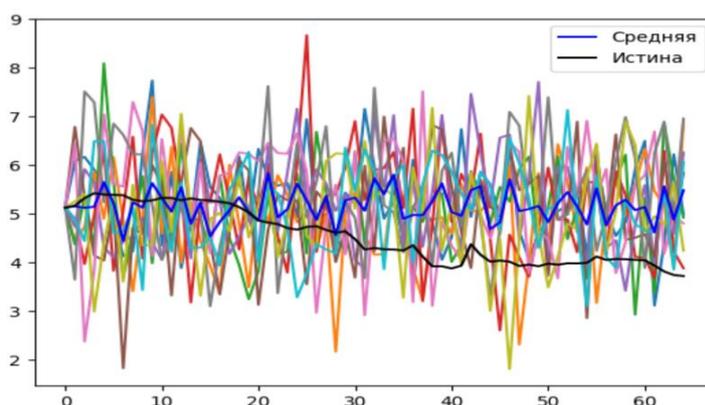


Рис. 1. Моделирование траекторий методом Монте-Карло котировок акций компании Сегеджа на 4 квартал 2023 года

Из полученных значений берутся максимальные, минимальные и средние траектории. Под максимальными и минимальными подразумеваются максимальное и минимальное значений в последний прогнозируемый торговый день. Средняя траектория по всем симуляциям — это среднее значение всех симуляций в каждый торговый день.

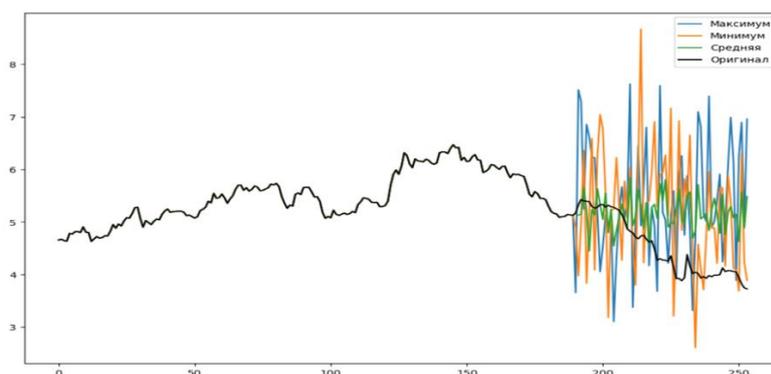


Рис. 2. Максимальные, минимальные и средние траектории

Были проведены расчеты по вероятности дефолта для телекоммуникационных и нефтегазовых компаний, результаты приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1. Модель Мертона для Ростелеком, Мегафон и МТС за 2021 год

| Показатели/компания | Rostelecom | Megafon | MTS |
|-------------------------|----------------|--------------|----------------|
| Firm value (V) | 1 102 888,00 Р | 788 135,00 Р | 1 015 818,00 Р |
| Expected return | -13,2% | -3,9% | -5,9% |
| Time | 1 год | 1 год | 1 год |
| Volatility (σ) | 68,6% | 33,9% | 61,2% |
| Numerator | 0,66 | 0,72 | 0,42 |
| Denominator | 0,69 | 0,34 | 0,61 |
| DD (fraction) | 0,96 | 2,14 | 0,68 |
| PD = NORMSDIST (-DD) | 17% | 1,6% | 24,8% |

Оценка вероятности дефолта, выполненная по финансовым показателям деятельности компаний, показала, что компании Ростелеком и МТС находятся на грани банкротства, а это не так. Модель Мертона в нашем варианте позволяет получить более точные и эффективные результаты.

Таблица 2. Значения вероятности дефолта нефтегазовых компаний за 2023 год

| Компания | Вероятность дефолта |
|----------|---------------------|
| Сегежа | 8.33% |
| Руснефть | 0.22% |
| Башнефть | 0% |
| Роснефть | 0% |

В настоящее время компания "Сегежа" испытывает финансовые трудности. Если ситуация не улучшится, это может привести к еще большим проблемам, включая потенциальную неплатежеспособность и необходимость реструктуризации долгов. Инвесторам следует быть осторожными и внимательно следить за дальнейшим развитием событий.

Была применена модель Васичека для разной кривой со сроком в несколько лет и получены результаты: при увеличении временного периода будущая ставка будет больше, следовательно, вероятность дефолта будет уменьшаться. При увеличении исторических данных с 2019 по 2022 года, увеличивается волатильность значений. Это связано с тем, что по мере роста временного периода рынок становится более стабильным. Если рассматривать использование процентных ставок в модели Мертона, то при увеличении срока будет уменьшаться вероятности дефолта компаний. Таким образом, необходимо использовать более «динамические» показатели для определения вероятности дефолта, так как это поможет дать более правильную оценку.

Результаты использования методов Васичека и Мертона в моделировании Монте-Карло для оценки вероятности дефолта приведены в таблице 3.

Таблица 3. Значения вероятности дефолта при использовании методов Васичека и Мертона с моделированием Монте-Карло

| Компания | Year = 3 | Year = 7 | Year = 10 | Year = 30 | Монте – Карло |
|-----------|----------|----------|-----------|-----------|--|
| Сегежа | 8.71% | 8.42% | 8.27% | 8.1% | MAX 15.43% MIN 35.32% MEAN 0.15% |
| Русснефть | 0.2385% | 0.23% | 0.2255% | 0.2203% | MAX 0.0302% MIN 0.0319% MEAN 0.0336% |

Использование метода Монте-Карло может быть полезно в случаях с высокой волатильностью данных (пример компании Сегежа). При этом метод Монте-Карло помогает оценить риск и потенциал значительных изменений в будущем. Для компаний с низкой волатильностью использование метода Монте-Карло не даст значительных преимуществ. Данные таблицы показывают, постепенное снижение процентных значений компаний Сегежа и Русснефть, что можно объяснить моделированием возврата к среднему в модели Васичека.

4. Заключение

В проведенном исследовании адаптированы и усовершенствованы методы оценки кредитных рисков Васичека и Мертона для определения кредитоспособности компаний на российском кредитном рынке. В работе проведен анализ и адаптация классического варианта моделей к российским финансовым показателям. Предложены алгоритмы практической реализации методов. Кроме адаптации методов оценки кредитных рисков Васичека и Мертона предложено измерять вероятность дефолта на основе гибридного применения модели прогнозирования ARIMA и метода Монте-Карло. Что позволило получить более точные оценки кредитного риска.

Практическая апробация предложенной гибридной модели оценки вероятности дефолта для анализа кредитования показала свою эффективность на примере российских компаний. Было разработано специальное программное обеспечение на языке Python для реализации данной модели. Возможно дальнейшее совершенствование модели за счет применения методов машинного обучения и элементов искусственного интеллекта.

Полученные результаты полезны для менеджеров кредитных организаций, кредитных департаментов банков, менеджеров самих компаний и рейтинговых агентств.

Литература

1. *Belyakov A. and Lomakina E.* Credit risk: assessment, analysis, management, Journal Finance and Credit, 2000.
2. *Blokhina S.* Credit Risk Analysis Of Sberbank Of Russia Pjsc, Bulletin of the Expert Council, 2021.
3. *Kunibert R.* Risks of Lending and Liability of Lenders, Cambridge University Press, 2011.
4. *Ning B. Ribeiro and C. An.* Financial credit risk assessment: a recent review, Springer, 2015.
5. *Duffie and Singleton K.* Credit risk: pricing, Measurement, and Management, Princeton University Press, 2003.
6. *Wu and D. Dash Wu.* Credit risk control and management using limited diversification, Journal of Risk Research, 2017.
7. *Jumbe G.* Credit risk assessment using default models: a review, 2022.
8. Regulation of the Bank of Russia №. 483-Р. On the Procedure for calculating the amount of credit risk based on internal ratings dated 06.08.2015 (ed. dated 15.04.2020).
9. *Burova A., Penikas H. and Popova S.* Probability of Default (PD) Model to Estimate Ex Ante Credit Risk, Central Bank of the Russian Federation, 2020.
10. European Central Bank. ECB guide to internal models, 2019.
11. EBA, Final Draft Regulatory Technical Standards, 2016.
12. EBA, Guidelines on PD estimation, LGD estimation and the treatment of defaulted exposures, 2017.
13. *Chatterjee S.* Modelling credit risks. Handbook of the Bank of England, 2015.
14. *Wang Yu.* Structural Credit Risk Modeling: Merton and Beyond, Society Of Actuaries, 2009.
15. *Merton R.* On the Pricing of Corporate Debt: the Risk Structure of Interest. Journal of Finance, 29, 449-470, 1974.
16. *Vasicek O.* An equilibrium characterisation of the term structure, Journal of Financial Economics, 5:177–188, 1977.
17. *Chatterjee S.* Modelling credit risks. Handbook of the Bank of England, 2015.
18. *Thomas and Luk W.* Credit Risk Modelling using Hardware Accelerated Monte-Carlo Simulation, Paper of students of Imperial College London, 2008.
19. *Johansson S.* Efficient Monte Carlo Simulation for Counterparty Credit Risk Modelling, Degree project in mathematics, 2015.
20. *Brereton T., Kroese D. and Chan J.C.* (2012), Monte Carlo Methods for Portfolio Credit Risk, 2012.