

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ ПЕРЕКРЕСТОК С ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ КЛАСТЕРОВ

Валуев А.М.

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

valuev.online@gmail.com

Аннотация. Развивается способ моделирования автодорожного движения как случайного процесса для регулируемых перекрестков с учетом его пространственно-временной структуры. Учитываются взаимозависимости между проездом транспортных средств через конфликтные точки пересечения и слияния и на выходных дорогах. Предлагаемый подход может использоваться для структурно-параметрического управления перекрестком.

Ключевые слова: регулируемый перекресток, конфликтные точки, транспортный поток, пространственно-временная структура транспортного потока, схема пофазного разезда, вероятностная модель, моделирование.

Введение

За последние десятилетия накоплен большой опыт разработки различных типов математических моделей транспортных потоков [1] и их использования для решения широкого круга задач, для которых иные формы получения решений затруднены, а часто просто невозможны. При этом в зависимости от типа решаемых задач, пространственных и временных диапазонов рассмотрения дорожного движения используются разные по форме модели, опирающиеся на разные способы получения и обработки эмпирических данных. Настоящая работа посвящена развитию предложенной в [2] вероятностной модели, предназначенной для краткосрочного прогнозирования локальных показателей дорожного движения на фрагментах городской дорожной сети (ГДС) при различных сценариях развития транспортного процесса. Она отличается от [2] явным учетом пространственно-временной структуры транспортных потоков [3]. В этих сценариях могут быть реализованы различные методы организации и управления дорожным движением, которые мы рассматриваем как единое целое, а именно структурно-параметрическое управление дорожным движением [4]. Основным объектом моделирования является проезд отдельных транспортных средств (ТС) или их групп через область перекрестка с прилегающими участками входных и выходных дорог. Рассмотрение сосредоточено на случае, когда при надлежащем регулировании поступающий поток по всем направлениям может быть пропущен через перекресток без возрастающих задержек в полном объеме, поскольку пропускная способность этих дорог и ближайших перекрестков достаточна для этого. Противоположная ситуация требует другого, сугубо нелокального рассмотрения, которое нельзя ограничить одним перекрестком.

Дорожное движение на перекрестке вместе с поступлением транспортного потока на его входы и отъездом ТС по выходным дорогам, испытывает воздействие множества случайных факторов. К ним относится случайное чередование во входных потоках транспортных средств разного типа, с разным стилем вождения, а с другой стороны — случайное чередование ТС с разными направлениями проезда перекрестка. Количество ТС, поступающих на входы перекрестка за разные временные промежутки одинаковой продолжительности, также случайным образом колеблется. В результате, за светофорные циклы определенной продолжительности перекресток по каждому направлению проезжает разное количество ТС. Поэтому эффективность регулирования может быть оценена лишь по значениям показателей, усредненным за несколько циклов. Для этой цели необходимо развивать вероятностные модели трафика на перекрестках.

Закономерно, что при малой распространенности вероятностных моделей автодорожного движения [1] в основном они разработаны для движения на перекрестке, в котором влияние случайных факторов наиболее заметно. Модели трафика в форме случайных потоков [5–7] учитывают воздействие случайных факторов на поступление транспортных средств на входы перекрестка, но не в отношении собственно движения на перекрестке. Они наиболее точны для свободного потока, т.е. в случае трафика малой интенсивности. Принципиально правильно, что трафик представлен в них моментами характерных событий, что соответствует целям прогноза развития транспортной обстановки, но сам используемый набор событий для этого недостаточен. Модели клеточных автоматов [8–10] приближенно отображают геометрию участка ГДС и общую логику движения транспортных средств по нему, включая выбор направления в точках ветвления маршрутов. Традиционные модели типа Нагеля-Шрекенберга с грубой дискретизацией дорожного пространства и сведению динамики ТС к их

перемещениям за один такт модельного времени на одну-три клетки могут передать качественную картину дорожного движения, но недостаточны для получения количественных оценок. В частности, при таком представлении невозможно адекватно учесть различия в динамике ТС разных типов. Напротив, в интерпретации [10] дискретизация времени и пространства может быть достаточно мелкой. Такая модель ближе к рассматриваемым нами моделям в форме динамических систем; не имея, однако, иных преимуществ перед ними, кроме более высокой скорости расчетов, достигаемой за счет снижения их точности. К тому же она не применялась для представления движения через перекресток. Все перечисленные модели не учитывают явным образом пространственно-временной структуры потока по отдельному направлению, формирующейся как при собственно проезде перекрестке, так и в интенсивном входном потоке.

Нужно подчеркнуть, что для имитационного моделирования дорожного движения в разных условиях широко используются модели в форме динамической системы для описания движения отдельных автомобилей и пар «лидер–преследователь», в том числе и с включением отдельных случайных факторов. Однако практически используемые способы имитационного моделирования основаны на неявных способах соединения таких частных моделей в рамках подхода «агентного моделирования», использование которого затрудняет анализ адекватности вычислительного процесса и возможностей его применения в условиях, отличных от тех, для которых они применялись их авторами.

Развиваемая в настоящей работе модель трафика на перекрестке сочетает определенную интерпретацию стохастических факторов с использованием общей логики дорожного движения представленной в ранее введенных детерминированных динамических моделях микроуровня, детализированной до траекторий единичных ТС дорожного движения. Эта логика включает рекурсивные связи между траекториями последовательных ТС на маршрутах [11]. Одним из центральных моментов, заимствуемых из детерминированной модели, является понятия события, состоящего либо в достижении одной из гиперповерхностей переключения фазовым вектором, описывающим положения (и, возможно, скорости) участников дорожного движения, либо в переключении в системе регулирования. Моделирование дорожного движения в процессе проезда области перекрестка как процесса со смешанной дискретно-непрерывной динамикой позволяет учесть взаимодействие проезда через конфликтные точки и пересечение стоп-линий отдельными транспортными средствами и их кластерами. Для потоков низкой и средней интенсивности такое взаимодействие может быть устранено или, скорее, сведено к минимуму за счет адекватной организации и регулирования трафика. В этих предположениях предлагаемый подход развивался в [2]. В настоящей работе рассматривается более общий случай, когда такое взаимодействие может иметь место.

1. Организация движения на регулируемом перекрестке и ее связь с пространственно-временной структурой транспортного потока

Пути движения на перекрестке и на прилегающих участках дорог, как и на городских улицах вообще, организованы в виде системы дорожных полос. Для обеспечения возможности проезда по многим направлениям некоторые полосы пересекаются с другими. Типично также наличие слияния некоторых полос, особенно у выходов перекрестка, а также их разветвления. На входах перекрестка расположены внешние стоп-линии; на сложных перекрестках имеются также внутренние стоп-линии. На каждом разрешенном маршруте проезда области перекрестка имеется хотя бы одна из «точек» (мест) перечисленных типов, т.е. стоп-линий и конфликтных точек пересечения, слияния и разветвления. Этот факт иллюстрирует структура перекрестка, построенная по типу перекрестков на Профсоюзной улице в Москве (рис. 1а).

В целях безопасности маршруты проезда регулируемого перекрестка разделяются между фазами светофорного цикла, образуя схемы проезда на отдельных фазах, в совокупности составляющие схему пофазного разъезда (СПР). Ввиду того, что одновременный проезд автомобилей по пересекающимся маршрутам создает значительную опасность, он не допускается для всех однофазных схем (рис. 1б-в), здесь схема проезда на третьей фазе центрально симметрична схеме проезда на первой фазе. Одновременное слияние потоков, достигающих точки пересечения по разным дорожным полосам, несет опасность из-за конкуренции за порядок проезда точки слияния полос и поэтому в большинстве случаев исключается из СПР. Такие конфликтные точки становятся *неактивными* для конкретной СПР. Тем не менее, неактивная конфликтная точка случайным образом временно активизируется в началах некоторых фаз, если последовательность ТС с предыдущего направления не завершила ее проезд к тому моменту, когда ее может достигнуть первое ТС нового направления.

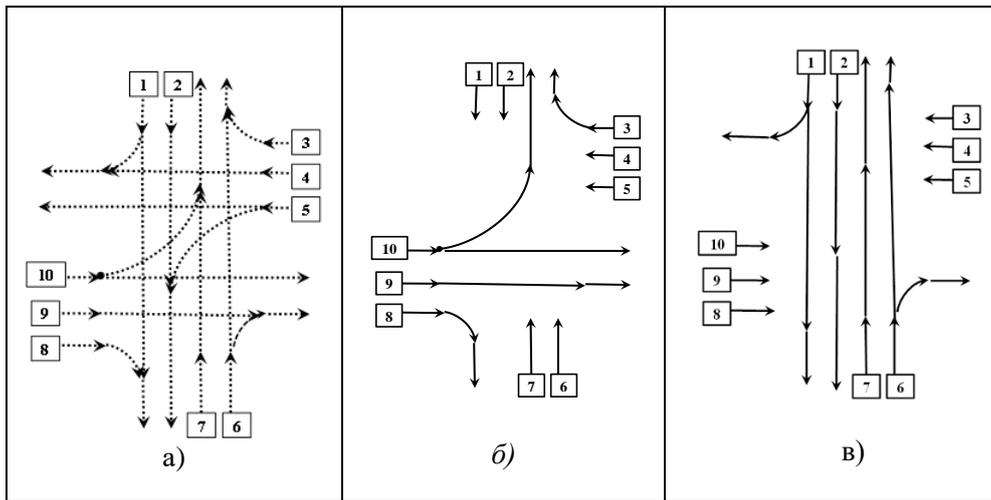


Рис. 1. Системы разрешенных маршрутов через перекресток. Схемы проезда для 1-й (б) и 2-й (в) фазы светофорного цикла

Формально система путей через зону перекрестка, детализированных до уровня дорожных полос, представляется в виде помеченного особым образом ориентированного графа G , в котором дуги $j \in J$ соответствуют участкам осевых линий дорожных полос, вершины $k \in K$ — границам зоны перекрестка (они являются граничными вершинами, образующими множества K_0 и K_2), стоп-линиям, точкам пересечения, слияния и разветвления полос (они составляют множество внутренних вершин K_1). Для допустимых путей проезд через внутреннюю вершину возможен только между определенными парами инцидентных дуг: с каждой входящей дуги $j \in \text{IN}(k)$ допускается переход на исходящие дуги из множества $J_{\text{NEXT}}(j)$. Обозначая начальную и конечную вершины j -й дуги соответственно $K_{\text{ARCO}}(j)$ и $K_{\text{ARCI}}(j)$, заметим, что любой допустимый путь R проезда перекрестка есть последовательность дуг $j_R(R, 1), \dots, j_R(R, N_R(R))$, где $K_{\text{ARCO}}(j_R(R, 1)) \in K_0$, и $j_R(R, l+1) \in J_{\text{NEXT}}(j_R(R, l))$, $l=1, \dots, N_R(R)-1$, $K_{\text{ARCI}}(j_R(R, N_R(R))) \in K_1$. Тот же путь может быть описан как последовательность вершин $k_R(R, 1), \dots, k_R(R, N_R(R)+1)$, где $k_R(R, 1) = K_{\text{ARCO}}(j_R(R, 1))$ и $k_R(R, s+1) = K_{\text{ARCI}}(j_R(R, s))$, $s=1, \dots, N_R(R)$. Далее уместнее называть вершины на маршруте его *узлами*.

При наличии точек разветвления и слияния маршрутов (последние практически всегда имеются в структуре перекрестка) отдельно рассматриваются *частичные маршруты* в следующих границах: от входов до таких точек, между такими точками, когда маршрут содержит хотя бы один внутренний узел, и от последней точки до выхода.

Разделение любого маршрута проезда области перекрестка на части стоп-линиями, активными и, возможно, активизируемыми конфликтными точками, а также переключения светофоров создают особый характер дорожного движения. Во-первых, на каждом участке присутствует небольшое количество транспортных средств, поэтому результат различий в их движении, вызванный индивидуальными особенностями автомобилей и водителей, не поддается нивелированию, а случайный разброс средних скоростей потока по маршруту за один цикл значителен. Во-вторых, типичной ситуацией для потоков высокой и средней интенсивности является образование в течение красных фаз очередей из неподвижных автомобилей перед стоп-линиями. Такие цепочки ТС после переключения светофора не движутся свободно, а начинают *связанное движение* с минимальными безопасными промежутками между последовательными ТС. Такие цепочки принято называть *кластерами*. К ним могут присоединяться с сохранением связанного движения и ТС, прибывающие к входу маршрута в течение зеленой фазы. Кластеры, образуемые в результате регулирования на близлежащих предшествующих перекрестках или пешеходных переходах, могут составлять часть потоков до входов перекрестка. В точках разветвления и активных точках слияния кластеры преобразуются.

Прежде чем дать формальное описание модели трафика на перекрестке, охарактеризуем динамику пространственно-временной структуры транспортного потока на качественном уровне. Элементами пространственной структуры потока по направлению являются кластеры связанного движения, в которых каждое ТС, кроме первого, движется на минимальном безопасном расстоянии от предшествующего, зависящем от скоростей движения обоих. Эти зависимости, однако, индивидуальны для различных типов, встречающихся в потоке транспортных единиц (ТЕ) в составе ТС и его водителя (или автопилота), известных как “vehicle-driver unit” (VDU). Другими элементами

являются свободные ТС, движущиеся независимо от других на желательной безопасной скорости, определяемой в зависимости от геометрии маршрута и типа ТЕ. Движение головных ТС кластеров и свободных ТС подчиняется одним и тем же закономерностям.

Исходным условием для движения через перекресток является поток чередующихся событий прибытия на вход свободных ТС, имеющих на входе желательную для себя скорость, и кластеров, головные ТС которых движутся как свободные ТС. Моменты появления на входе и начальные скорости прибывающих ТС согласуются с качественными характеристиками входного потока и фактическим разбиением его на кластеры. Для любой реализации транспортного потока через перекресток фиксируются индивидуальные характеристики всех прибывающих ТС. Модель приближенно передает характеристики реального случайного процесса проезда перекрестка, если не только интегральные характеристики (прежде всего, интенсивности потоков по направлениям) по совокупности реализаций соответствуют реальности, но и распределение транспортных единиц по типам с приемлемой точностью соответствует реально наблюдаемому.

Движение последовательности ТС по определенному маршруту от входа до выхода перекрестка задерживается, начиная с определенного ТС, в следующих точках и при следующих условиях:

- При переключении светофора на красный свет для входной стоп-линии перед ней останавливается первое ТС, которое не успевает пересечь ее на зеленый свет, и следующие за ним. Эти задержки приводят к разделению ранее образованных кластеров и образования новых.
- Проезд точки пересечения маршрутов задерживается до момента *ее освобождения*, в который завершается проезд через нее последовательности ТС, начавших движение по пересекающему маршруту на предыдущей фазе. С этого момента наличие этой точки пересечения не влияет на последующее движение задержанной последовательности.
- Проезд неактивной точки слияния маршрутов также задерживается до момента ее освобождения последовательностью ТС, начавших движение по другому маршруту на предыдущей фазе. Если такая задержка имеет место, далее происходит присоединение головного ТС новой последовательности к хвостовому ТС предыдущей. Если это хвостовое ТС двигалось свободно, образуется новый кластер, начинающийся с этого ТС, если же оно двигалось в составе кластера, то головное ТС новой последовательности оказывается очередным ТС в составе того же кластера. В обоих случаях, если головное ТС новой последовательности начало кластер, он полностью присоединяется к кластеру, в который теперь входит это головное ТС.
- При проезде активной точки слияния свободно движущиеся ТС или кластеры с каждой ветви должны проезжать ее в том же порядке, в котором они проезжали бы ее, если бы двигались по маршруту независимо от движения по другой ветви. При отсутствии конкурентов за порядок проезда с другой ветви последовательность независимых ТС или кластер проезжают точку слияния без изменения в своем движении. Иначе автомобили с разных входящих ветвей проезжают точку слияния и присоединяются к кластеру после точки слияния в указанном порядке.
- Задержка свободно движущегося ТС или головного ТС кластера путем его торможения без остановки происходит при движении по любому маршруту без разветвления, когда это ТС приближается к более медленно движущемуся лидеру. В частности, это происходит на выходном участке дороги после точки слияния, если на ней не происходило задержки.

При проезде точки разветвления часть последовательности ТС из состава одного кластера образуют кластер на ветви маршрута, если все они переходят на одну ветвь. ТС, перешедшее через точку слияния на другую ветвь, чем ее лидер, начинает движение по этой ветви в качестве свободного ТС или головного ТС нового кластера. Примеры положений последовательностей ТС показаны на рис. 2–3.

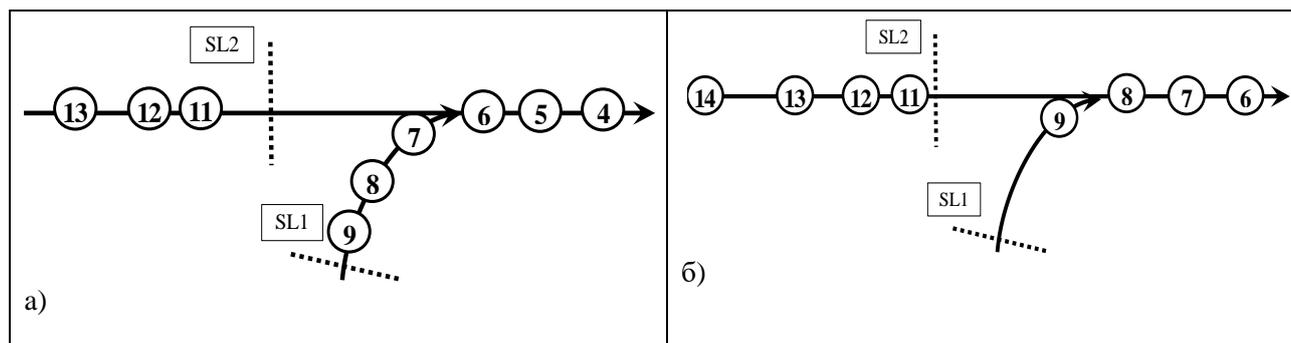


Рис. 2. Положения транспортных средств в начале (а) и конце (б) 1-й фазы

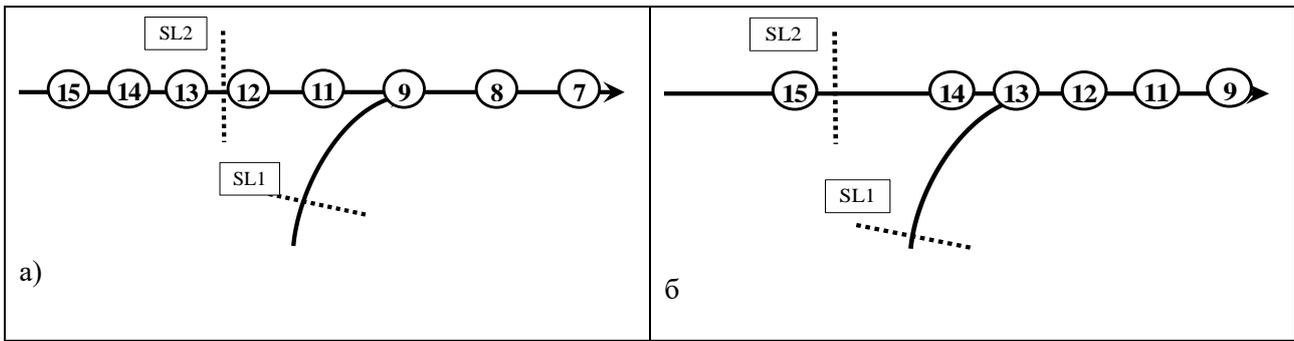


Рис. 3. Положения транспортных средств в начале (а) и конце (б) 2-й фазы, 1-й случай

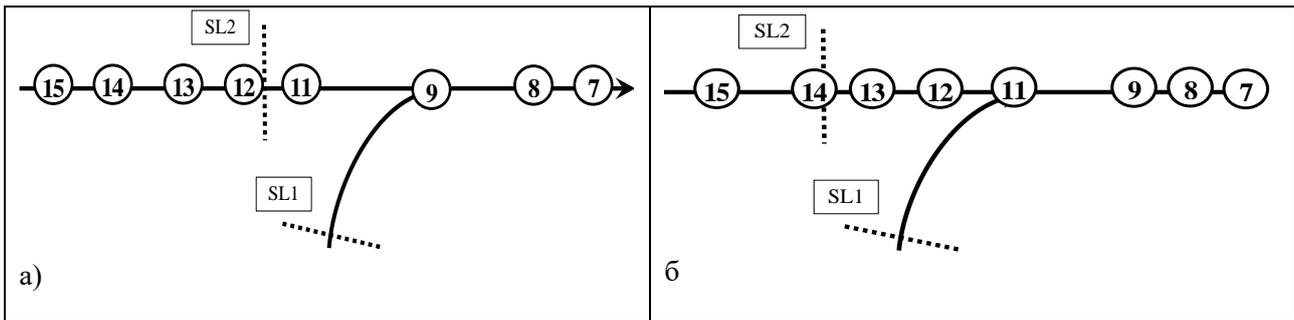


Рис. 4. Положения транспортных средств в начале (а) и конце (б) 2-й фазы, 2-й случай

2. Метамодель дорожного движения на перекрестке в дискретно-непрерывном представлении

Движение через регулируемый перекресток как единое целое количественно характеризуется перемещениями групп ТС по отдельным маршрутам за целые временные интервалы, определяемые регулированием, а именно за светофорные циклы и их отдельные фазы. Такие группы начинают формироваться в результате проезда входных точек маршрутов и завершают проезд перекрестка в выходных точках маршрутов. Взаимосвязь движения групп и их связь со светофорным регулированием проявляется при прохождении стоп-линий и точек пересечения, слияния и разветвления. Для проезда стоп-линий события изменения характера движения для целой группы ТС происходят в заданные моменты переключения светофоров, остальные события происходят в нерегулярные моменты времени, определяемые движением групп ТС по маршрутам. Состояние дорожного движения между моментами событий не имеют самостоятельного значения, и поэтому не требуется воспроизводить их при моделировании.

Последовательность ТС, проезжающих по определенному маршруту, разделяется на группы по следующим признакам: 1) номер фазы, в течение которой ТС появились на входе маршрута; 2) номер фазы, на которой они пересекли стоп-линию; 3) для сложных перекрестков то же относится и к пересечению внутренних стоп-линий. Разделение ТС на группы по признаку проезда определенной ветви ветвящегося маршрута определяется направлением проезда, считающимся predetermined к моменту появления на входе маршрута. Последнее обстоятельство указывает на необходимость воспроизведения в модели движения не только целых групп, но и отдельных ТС, поскольку количественные эффекты разделения ТС между ветвями нельзя выразить одними лишь интегральными характеристиками, для разных групп они будут разными.

Само по себе движение единичного ТС (скажем, имеющего определенный порядковый номер во входной последовательности определенного маршрута) характеризуется, как минимум, моментами прохождения выделенных точек (соответствующих вершинам G) на маршруте (*узлов маршрута*). Дополнительными характеристиками таких событий в модели могут быть скорость, ускорение. Дискретная характеристика ТС в момент проезда узлов — тип связи со своим лидером (свободное движение или плотное преследование лидера). Во втором случае может определяться и использоваться и текущий порядковый номер ТС в своем кластере. Исходя из моментов событий проезда узлов маршрута отдельными ТС в сопоставлении с моментами переключения светофоров, определяется количество ТС в каждой группе. Количество ТС в группе на маршруте (или в группах на ветвях маршрута) после пересечений входной стоп-линии на определенной фазе укрупненно характеризует количественную динамику дорожного движения через перекресток по всем направлениям. Однако в

сколько-нибудь благоприятных условиях в среднем проезд ТС по направлениям количественно соответствует входных потокам. Но важны и другие характеристики — задержки в движении совокупностей ТС по маршрутам, которые можно определить по временным характеристикам движения по маршруту каждого отдельного ТС.

Для количественной характеристики динамики дорожного движения нужно определять количественно состояния процесса в выделенные моменты времени — моменты переключения светофоров и переходы между состояниями в последовательные моменты времени. Сами же состояния и переходы могут быть охарактеризованы, в зависимости от формы модели (детерминированной или различных видов вероятностных моделей) либо векторными детерминированными величинами, либо многомерными случайными величинами.

Детерминированное приближение может адекватно передать динамику транспортных потоков в ситуации, ожидаемую в обозримой перспективе: дорожное движение с преобладанием автопилотируемых транспортных средств, управление которым основывается на оперативной передаче данных на постоянной основе как между соседними ТС, так и между ТС и системой управления. В состав передаваемой конкретной ТЕ информации должно входить и требуемое направление проезда перекрестка. В современных условиях детерминированное приближение также имеет смысл, позволяя получать приближенные оценки усредненной динамики транспортных потоков. Рассмотрение детерминированного случая указывает также пути и формы его обобщения с использованием вероятностной формы зависимостей для передачи воздействия случайных факторов на дорожное движение.

В дискретно-непрерывном представлении движение транспортных средств через перекресток, рассматриваемых по отдельности, но во взаимосвязи с детализацией до траекторий отдельных ТС выражается совокупностью их дискретизированных траекторий. Эти последние характеризуются моментами проезда узлов маршрута и дополнительными переменными на момент проезда, перечисленными выше. Далее будем называть время проезда узла и иные рассматриваемые непрерывные и дискретные переменные состояния транспортного средства в этот момент *характеристиками события* проезда узла. Рассмотрим принципиальный характер взаимосвязей между характеристиками разных событий.

Эти взаимосвязи таковы. При свободном движении по трассе характеристики события для определенного ТС в узле маршрута зависят только от характеристик события в предыдущем узле (и характеристик самого ТС), если проезд узла не задерживается другими событиями в узле. Если проезду узла — стоп-линии — может препятствовать переключение светофора, момент проезда узла и другие его характеристики зависят также от момента переключения. Если узел — это точка пересечения или слияния маршрутов, то момент события его проезда наступает позже момента завершения его проезда другим ТС, а именно хвостовым ТС последовательности автомобилей, проезжавших эту точку по другому маршруту, движение по которому началось на предыдущей фазе.

Если ТС осуществляло свободное движение в предыдущем узле, но при сохранении такого режима нарушало бы условия безопасности в следующем узле, характеристики проезда этого следующего узла определяются из условия перехода в режим плотного преследования.

Если ТС двигалось в режиме плотного преследования лидера, момент проезда каждого узла определяется характеристиками проезда узла его лидером. Возможен также случай остановки у стоп-линии и возобновления движения через соответствующий узел в момент следующего переключения светофора на зеленый свет для этой стоп-линии.

Наконец, если на маршруте имеется узел активного слияния маршрутов, порядок его проезда автомобилями, подъезжающими к нему по разным маршрутам, определяется их приоритетностью, показателем которой является момент его проезда в предшествующем режиме при пренебрежении к движению конкурирующего автомобиля. В случае наличия вызванной движением конкурента задержки момент проезда очередного автомобиля определяется из условия плотного преследования нового лидера, которым как раз и является бывший конкурент.

Всё перечисленное определяет совокупность взаимосвязей метамодели следующим образом. Есть несколько типовых взаимосвязей между характеристиками события проезда очередного узла, предшествующего узла и, в зависимости от типа взаимосвязи, других переменных: характеристиками события проезда рассматриваемого узла лидером для данного ТС, либо хвостовым ТС кластера на предшествующем маршруте, либо моментом переключения светофора применительно к узлу.

Ограничимся случаем, когда действующая СПР не допускает активного слияния ни на одной фазе. Предлагаемый подход допускает наличие точек активного слияния, но формулировки моделей для этого случая существенно более громоздки. Будем считать, что хотя выбор ветви ветвящегося

маршрута с позиций рассмотрения динамики транспортных потоков в целом следует считать случайным, можно рассматривать отдельно реализации случайного процесса движения на перекрестке с известным значением соответствующей случайной величины для каждого участника движения. Далее будем рассматривать соотношения между переменными моделей в рамках таких реализаций.

В этом случае для каждого ТС (идентифицируемого номером маршрута R и порядковым номером на маршруте i) в момент проезда определенного узла маршрута с порядковым номером j , однозначно определены такие же идентификаторы его лидера $(R_L(j), i_L(j))$. Переменной качественного состояния проезда автомобилем (R, i) всего маршрута является номер q фазы светофорного регулирования (во всей последовательности фаз), на которой он пересек стоп-линию. Но значения q делят последовательности ТС, проезжающих по маршрутам, на группы. Проезд конфликтной точки пересечения или слияния маршрутов R_1 и R_2 последним ТС в группе автомобилей, следующих по маршруту R_1 , для которых $q=z$, освобождает конфликтную точку для проезда по маршруту R_2 группе автомобилей, для которых $q=z+1$. Удобно рассматривать момент освобождения узла на маршруте для такой группы как параметр в соотношениях, определяющих динамику проезда по маршруту для всей такой группы.

В свою очередь, для движения автомобиля до момента пересечения им входной стоп-линии номер фазы u , на которой он достиг входа перекрестка, также служит переменной качественного состояния. Величина $q(R, i) \leq q_0(R, i) = \max\{(R_L(2), i_L(2)), u(R, i)\}$ определяется с учетом заданного момента переключения светофора на зеленый свет для маршрута R на ближайшей фазе с номером, не меньшим $q_0(R, i)$. Этот момент играет в соотношениях, определяющих динамику транспортных средств, ту же роль, что и моменты освобождения конфликтных точек. Но наряду с последними имеют значение и моменты переключения светофора на красный свет — моменты блокировки вершины. Для вершины k ее освобождение для проезда через нее транспортных средств, начинающих движение на фазе q , далее обозначается

Проезд j -го маршрута R — вершиной $K_{\text{ARC1}}(R, j)$ графа G — автомобилем, идентифицируемым парой (R, i) , характеризуется моментом события i , если это предусмотрено конкретной моделью, дополнительными переменными состояния, в совокупности образующими вектор $p(R, i)$, и переменной качественного состояния (режима движения) $d(R, i)$.

В эти зависимости в общем случае входит также момент последнего переключения $T_{\text{LAST}}(j+1)$ статуса узла (проезд разрешен, проезд запрещен) применительно к маршруту. В общей форме эти зависимости можно записать как:

$$P_{F_s}(j+1) = G_s(P_F(j), P_L(j+1), T_{\text{LAST}}(j+1)), s \in S. \quad (1)$$

Какая из зависимостей применяется, определяется рекурсивно, — путем проверки условий допустимости проезда со значениями характеристик, вычисляемых по примененной зависимости.

$$Q_{sr}(P_{F_s}(j+1), T_{\text{LAST}}(j+1)) \leq 0, r \in R_s. \quad (2)$$

Набор S типов возможных зависимостей определяется однозначно для каждого конкретного узла, так же как и их приоритетность. Во всех рассмотренных нами случаях существуют не более двух типов, причем приоритетной является сохранение режима движения, а другой тип означает определенный маневр, разный для разных узлов. Полагаем, что фактический проезд узла соответствует наиболее приоритетной зависимости, для которой выполнены условия допустимости проезда с определенными по этой зависимости характеристиками.

Подчеркнем, что речь здесь идет о *метамодели*, которая может конкретизироваться как в форме детерминированной модели, так и в виде модели с различными представлениями случайного характера движения. Соответственно, определяемые согласно (1) и (2) величины в первом случае являются детерминированными при определенных значениях аргументов. В другом варианте они детерминированные, но зависят от переменных для лидера и преследователя, выражающих не их текущее состояние, а их поведение как представителей генеральной совокупности наблюдаемых ТС, различающихся по случайным факторам. Наконец, сами значения определяемых величин при определенных значениях их аргументов могут представляться в виде случайных величин с известными вероятностными распределениями.

Соответственно динамика процесса при заданной последовательности моментов появления ТС на входах и их характеристик в детерминированной модели характеризуется моментами и определенными переменными состояния отдельных ТС в узлах их маршрутов, а также последовательностью моментов изменения статуса этих узлов. Всё это описывается детерминированными переменными.

В вероятностной модели все перечисленные величины принимают различные значения с разными вероятностями. При дискретизации значений всех переменных состояния транспортных средств на их траекториях и моментов переключения узлов маршрутов процесс представляется цепью Маркова, в которой вероятность перехода из одного состояния в другое определяется вышеперечисленными случайными величинами $G_s(P_F(j), P_L(j+1), T_{LAST}(j+1))$, $Q_{sr}(P_{F,s}(j+1), T_{LAST}(j+1))$.

Однако во всех рассматриваемых типах модели ее формальное описание требует упорядочения совокупности состояний, отличного от хронологического! Содержательно это определяется следующим.

Порядок определения траекторий порождается порядком самих ТС: при движении по участку маршрута без разветвлений и слияний или по ветви маршрута после точки разветвления — хронологическому порядку появления ТС в начале маршрута или его ветви; он не изменяется в процессе движения. Последовательно определяются траектории ТС, принадлежащих определенной группе, состоящей из ТС, проехавших стоп-линию на определенной фазе. Кроме того, определение маршрутов групп ТС идет в порядке следования соответствующих фаз. Для групп ТС, начавших движение по своим маршрутам на одной и той же фазе, порядок определения групп траекторий произвольный при отсутствии на них точек активного слияния маршрутов. Для маршрутов, объединенных точкой активного слияния, определение траекторий происходит попеременно для ТС из групп с одной фазы с рекурсивным определением порядка проезда точки слияния.

3. Вероятностная математическая модель трафика в области перекрестке

Перечисленные варианты динамики пространственно-временной структуры транспортного потока в области перекрестка исчерпывают все возможные ситуации. Для того чтобы дать им математическое описание, подчеркнем, что практическое значение для прогнозирования состояния дорожного движения на перекрестке, в том числе при применении различных методов регулирования, имеют количественные характеристики проезда перекрестка по направлениям за выделенные временные промежутки, прежде всего, за светофорные циклы и отдельные их фазы. С учетом описанных случаев взаимодействия кластеров требуется устанавливать значения таких характеристик и для отдельных участков маршрутов. В рамках введенной формализации системы путей на перекрестке и дискретно-событийного представления [12] процесса его проезда рассматриваемый период делится на этапы событиями переключения светофора и, между ними, событиями проезда вершин G отдельными ТС и целыми кластерами. Для каждого такого этапа количество ТС на каждой дуге постоянно и служит одной из переменных состояния дорожного движения. Далее приступим к описанию дорожного движения, предполагая знание индивидуальных особенностей всех транспортных средств, которые однозначно (т. е. детерминированно) определяют движение каждого отдельного транспортного средства в определенных ситуациях.

Всё сказанное говорит о том, что для расчета гибридного динамического процесса дорожного движения в любой его реализации требуется порядок расчета, отличный от хронологического порядка, с синхронным определением положений и скоростей всех ТС, находящихся на последний расчетный момент времени в пределах зоны перекрестка. В действительности: 1) траектории ТС, начавших движение через перекресток на определенной фазе определенного светофорного цикла, могут быть определены только после того, как определены траектории всех ТС, начавших движение на предыдущей фазе; 2) при отсутствии одновременного слияния маршрута с другими траектории ТС могут быть рассчитаны полностью от момента пересечения стоп-линии до выхода из зоны перекрестка в порядке их следования на начальном участке маршрута; 3) если маршруты сливаются, рекурсивным образом определяется порядок ТС на общем участке маршрута и тем самым — порядок расчета траекторий ТС на обоих маршрутах в целом. Одним тактом расчета является определение приоритета проезда точки слияния ближайшими к ней транспортными средствами на каждом маршруте. Для приоритетного ТС определяется траектория до конца, а следующее за ним становится первым перед точкой слияния.

В результате расчета траекторий всех ТС, начавших движение на определенной фазе, определяются моменты освобождения всех точек пересечения и неактивных точек слияния. Это позволяет начать расчет траекторий всех ТС, которые могут пересечь стоп-линию на следующей фазе, поскольку либо находятся в очереди перед стоп-линией к моменту включения зеленого света, либо появляются на входе до окончания этой фазы. При этом определяются те из них, которые не успевают пересечь стоп-линию до окончания фазы.

3.1. Принципиальная конструкция модели

Двумя основными факторами стохастического характера транспортных потоков на перекрестке является, во-первых, случайное чередование в потоке транспортных единиц с различными характеристиками, определяющими их динамику, а с другой, — случайное чередование ТС с разными направлениями проезда перекрестка. При этом распределение в потоке разных типов VDU, как и распределение потоков по корреспонденциям статистически устойчиво.

Эмпирическое изучение транспортных потоков путем отслеживания траекторий отдельных транспортных средств в потоке [13] показывает наличие в потоке многих типов VDU (для Москвы авторы выделяют от 13 до 16 типов). С другой стороны, во множестве этих типов наблюдается определенная упорядоченность: Те VDU, которые быстрее разгоняются, быстрее и тормозят, для них безопасное расстояние меньше по всему диапазону скоростей и скорость свободного движения также выше. Обработка данных наблюдений позволяет выявить ряд статистических зависимостей, на которых и должно основываться моделирование дорожного движения в рассматриваемых условиях. Сказанное выше позволяет единообразно интерпретировать эти зависимости. Разброс значений измеряемой переменной при определенных значениях величин, от которых она зависит, связан с тем, что ее значение зависит от типа VDU, а эти типы определенным образом распределены в потоке. Формально свяжем с типом VDU значение скалярного параметра, принимающим значения $p \in [0, 1]$. Будем считать, что если переменная z , при векторе параметров A принимает значения в диапазоне $[z_{\min}(A), z_{\max}(A)]$ соответствии с функцией распределения $F(z; A)$, то для VDU типа p^* эта переменная примет значение z^* , для которого

$$F(z^*; A) = p^*.$$

Принципиальная конструкция модели состоит в следующем. Модель воспроизводит транспортный поток через перекресток, формирующийся при определенных интегральных характеристиках входных потоков и заданных пропорциях их распределения между направлениями и при заданных параметрах регулирования, как случайный процесс. Каждая реализация этого случайного процесса определяется как детерминированный процесс появления на входах перекрестка последовательностей ТС, образованных из свободных ТС и (или) кластеров ТС, с последующим проездом области перекрестка в течение заданного периода. Детерминированный характер проезда перекрестка обеспечивается фиксированными значениями параметра p для всех входящих ТС, а также заданными для них направлениями проезда в точках ветвления при их наличии на маршрутах. Вероятностный характер дорожного движения в модели обеспечивается тем, что генеральная совокупность реализаций процесса при заданном составе входных последовательностей в отношении количества входящих ТС, моментов их появления и принадлежности к входным кластерам определяется всевозможными значениями параметра p для всех входящих ТС, независимо равномерно распределенных на интервале $[0, 1]$, и независимым определением направления проезда в точках ветвления с заданными вероятностями этих направлений. В свою очередь, определение генеральной совокупности входных последовательностей основано на том же принципе.

Практически применимый способ моделирования состоит в многократной генерации входных последовательностей на основе установленных статистических закономерностей и многократном расчете реализаций дорожного движения на модели для каждой из сгенерированных входных последовательностей. Для каждой входной последовательности производится независимая генерация для всех участников дорожного движения при их появлении на входе их индивидуальных значений p , в соответствии с равномерным распределением на интервале $[0, 1]$, а также, когда требуется, направления проезда в точках ветвления на основе заданными вероятностями этих направлений. Таким образом, при достаточно большом количестве реализаций расчетного транспортного потока для каждой переменной, характеризующей его динамику в дискретно-событийном представлении, будет получено хорошее приближение к статистическому распределению такой переменной. Некоторый набор таких переменных или вычисленных на их основе величин, определенный на основе их практической значимости, дает требуемую характеристику процесса проезда перекрестка,

Для того чтобы воспроизвести транспортный поток в определенной типичной ситуации необходимо, кроме использования статистических зависимостей, применимых к данной ситуации, также корректно воспроизвести входной поток как набор кластеров и отдельных ТС, появление которых на входе статистически соответствует реальности.

4. Выводы

В настоящей работе развивается ранее введенный подход к моделированию дорожного движения на локальном пространственном и временном уровне как случайного процесса. Состояния процесса рассматриваются в дискретные, но заранее не заданные моменты характерных событий. Систематически рассматриваются взаимозависимости между проездом транспортных средств через конфликтные точки пересечения и слияния и на выходных дорогах с учетом пространственно-временной структуры транспортного потока. Предлагаемый подход представлен в работе для перекрестков произвольной структуры без внутренних стоп-линий, но может быть развит и на случай многосекционных перекрестков.

Для представления неопределенности движения транспортных потоков в модели определяется набор статистических зависимостей, как для свободного движения и движения головных ТС кластеров, так и для взаимосвязей в движении лидера и преследователя, входящих в один кластер. Рассмотрен универсальный способ интерпретации применения таких зависимостей при выполнении имитационного моделирования, выражающий распределение различных типов транспортных единиц в транспортном потоке. На этой основе может быть развит опыт выбора и обоснования способов светофорного регулирования, полученный ранее [14] для более простых условий отсутствия явного взаимодействия между кластерами, проходящими по взаимосвязанным маршрутам. Это позволяет проводить комплексное исследование различных возможностей структурно-параметрического управления перекрестком и выработка рекомендаций по его осуществлению для конкретных условий.

Литература

1. *Treiber M., Kesting A.* Traffic Flow Dynamics: Data, Models and Simulation. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. – xiii+504 p.
2. *Valuev A.M.* Computer Simulation of a Stochastic Traffic Flow through an Intersection Based on Monitoring Data // 2023 16th International Conference Management of large-scale system development (MLSD). IEEE Xplore Digital Library, 2023, Art. 10303834. – P. 1-5.
3. *Kerner B.S., Klenov S.L.* Spatial-temporal patterns in heterogeneous traffic flow with a variety of driver behavioural characteristics and vehicle parameters // Journal of Physics A: Mathematical and General. 2004/ –Vol. 37, N 37, Pp. 8753-8788.
4. *Solovyev A.A., Valuev A.M.* Problems of Structural and Parametric Traffic Control for an Urban Road Network Fragment // Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). IEEE Xplore Digital Library, 2022, Art. 984097. – P. 1-6.
5. *Живоглядов В.Г.* Теория движения транспортных и пешеходных потоков. Ростов н/Д: Известия вузов Сев.-Кавк. региона, 2005. – 1082 с.
6. *Babicheva T.S.* The use of queuing theory at research and optimization of traffic on the signal-controlled road intersections // Procedia Computer Science. – 2015. – Vol. 55, – P. 469-478.
7. *Афанасьева Л.Г., Булинская Е.В.* Математические модели транспортных систем, основанные на теории очередей // Труды МФТИ. – 2010. – Т. 2, № 4 (8). – С. 6-21.
8. *Danilevičius A., Bogdevičius M.* Investigation of traffic light switching period affect for traffic flow dynamic processes using discrete model of traffic flow // Procedia Engineering. – 2017. – Vol. 187. – P. 198-205.
9. *Derai S., Ghouh R.H.* Control isolated intersections with hybrid petri nets and hybrid automaton // EEA - Electrotehnica, Electronica, Automatica. – 2017. – Vol. 65, N 3. – P. 112-116.
10. *Kerner B.S., Klenov S.L., Wolf D.E.* Cellular automata approach to three-phase traffic theory // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 2002. – Vol. 35, N 47. – P. 9971-10013.
11. *Valuev A.M.* Microscopic Modeling of Traffic through an Intersection via a Hybrid System with Recursive Links // 2022 15th International Conference Management of large-scale system development (MLSD). IEEE Xplore Digital Library, 2022, Art. 9934133. – P. 1-5.
12. *Valuev A.M.* Probabilistic Modeling of Traffic Flows through Signalized Intersection with Branching Routes // 2021 14th International Conference Management of large-scale system development (MLSD), IEEE Xplore Digital Library, 2021 – P. 1-5.
13. *Yashina M.V., Tatashev A.G., Dotkulova A. S., Susoev N.P.* Accounting psycho-physiological types of drivers in the deterministic-stochastic traffic model. // 2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, 2021 – P. 1-4.
14. *Solovyev A.A., Valuev A.M.* A New Approach to the Application of Automatic Control Methods to Signalized Intersections of Urban Roads. in 2023 16th International Conference Management of large-scale system development (MLSD). IEEE Xplore Digital Library, 2023, Art. 10303839. – P. 1-5.