

# РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВА ПОСРЕДСТВОМ МНОЖЕСТВЕННЫХ АУКЦИОНОВ

Гасанов И.И.

ФИЦ «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия  
gasanov48@yandex.ru

*Аннотация. Описывается проект системы, организующей взаимодействие внутри ассоциации предприятий. Ассоциация занята выполнением заказов по сборке изделий из комплектующих, производимых её участниками. Предлагается решение на основе сетевых принципов с использованием множественных аукционов, посредством которых производство комплектующих для очередного заказа распределяется между предприятиями.*

*Ключевые слова: аукцион, сетевое взаимодействие, планирование производства.*

## Введение

В настоящее время наблюдается большой интерес к созданию систем с сетевым принципом управления. Это структуры, которые полностью или частично состоят из элементов, обладающих определённой автономией и модифицирующих своё состояние в результате локального взаимодействия с другими элементами системы. Материальный и информационный обмен между элементами системы интегрируется в отклик системы, на внешние воздействия. В биологических системах это обеспечивает их существование в окружающей среде. В случае рукотворных структур такая сеть продуцирует отклики полезные её создателям. Наиболее популярными примерами таких систем в технологической сфере являются искусственные нейросети [2, 4, 6] и блокчейны [5, 8]. В докладе описывается проект, в котором также используется сетевой принцип управления, но дополненный такой торговой конструкцией, как аукцион [7, 9, 10]. Работа выполнялась по заказу крупной логистической компании, которая занимается координацией совместного сборочного производства изделий из комплектующих, в изготовлении которых занято большое количество независимых предприятий.

## 1. Задача распределения производства внутри ассоциации

Рассматривается ассоциация предприятий  $\hat{L} = \{l\}_{l=0}^L$ , выполняющая заказы по сборке изделий из некоторого набора  $\hat{M}^1$ . Комплектующие для изделий из  $\hat{M}^1$ , производятся на предприятиях, входящих в ассоциацию, и могут быть ранжированы таким образом, что изделия более низкого ранга производятся только из изделий более высокого ранга. Каждому изделию  $m \in \hat{M}^1$  может быть сопоставлен однонаправленный ациклический граф, в котором комплектующим соответствуют узлы графа, а дугам приписаны объёмы комплектующих узла-предшественника, необходимых для производства единицы продукции узла потомка. Под рангом комплектующей  $k$  понимается увеличенное на единицу максимальное число дуг от узла, соответствующего изделию  $k$ , к вершине, соответствующей узлу изделия  $m$ .

В ассоциации есть выделенный участник Центр, который принимает внешние заказы на производство и координирует работу предприятий, занятых в их выполнении. Предположим, Центр принимает заказ на производство изделия  $m \in \hat{M}^1$  в объёме  $w_m$ . Производство объёма  $w_m$ , включая изготовление комплектующих, распределяется между участниками ассоциации, и после выполнения заказа готовые изделия  $m$  поступают в Центр.

Для реализации заказа должны быть обеспечены поставки комплектующих между участниками, занятыми в его исполнении. Должны выполняться балансовые соотношения:

$$\forall l \in \hat{L}: \bar{G}(\bar{W}^l) = \sum_{j \in L} \bar{Y}^{jl}, \quad (1)$$

и ресурсные ограничения

$$\forall l \in \hat{L}: \bar{\Psi}^l(\bar{W}^l) \leq \bar{S}^l, \quad (2)$$

здесь  $\bar{W}^l$  – вектор изделий участника  $l$ ,  $\bar{Y}^{jl}$  – вектор поставок комплектующих от предприятия  $j$  к  $l$ ,  $\bar{G}(\bar{W}^l)$  – вектор комплектующих, необходимых для изготовления вектора изделий  $\bar{W}^l$ ,  $\bar{\Psi}^l(\bar{W}^l)$  –

вектор ресурсов предприятия  $l$ , необходимых ему для производства вектора изделий  $\bar{W}^l$ ,  $\bar{S}^l$  – вектор ресурсных ограничений.

Так как ассоциация стремится опередить конкурентов в борьбе за заказы, то она заинтересована в снижении себестоимости своей продукции. Ставится задача минимизировать себестоимость.

$$\sum_{l \in L} \psi_l^1 \left( \sum_{j \in L} \bar{Y}^{l,j} \right) + \sum_{m \in M} \sum_{l \in L} \sum_{j \in L} t_m^{l,j} \cdot y_m^{l,j} \rightarrow \min, \quad (3)$$

где  $\psi_l^1$  – себестоимость продукции, производимой участником  $l$  в рамках заказа,  $y_m^{l,j}$  – объём изделий  $m$ , поставляемых участником  $l$  участнику  $j$ ,  $t_m^{l,j}$  – удельная стоимость поставки  $y_m^{l,j}$ .

## 2. Обзор аукционной схемы

Современная вычислительная техника позволяет решать задачи линейного программирования очень большой размерности. Если модель 1 – 3 записана в линейных соотношениях, то можно ожидать, что трудности распределения заказа внутри ассоциации будут связаны не с расчётами, а с созданием очень объёмной модели, описывающей производство всех участников, и постоянным мониторингом состояния производства на каждом из предприятий-участников. Для достаточно крупной ассоциации такой централизованный подход может оказаться слишком затратным, если вообще осуществимым. Поэтому возникает потребность в декомпозиции задачи с тем, чтобы большую часть функций по оценке производственных мощностей предприятий и разработке общего плана производства передать самим предприятиям. Идея состоит в том, чтобы план производства вырабатывался как результат множественных аукционов внутри коалиции, на которых предприятия самостоятельно выбирают поставщиков и потребителей продукции. Представляется, что у такой схемы есть ещё одно важное преимущество перед централизованным планированием. Она снимает возможные претензии участников к Центру при распределении заказов между предприятиями, подозрения, что это распределение осуществляется не вполне по экономическим соображениям. При аукционной схеме распределение заданий между участниками может проводиться согласно простым принципам и публично.

Сделаем краткое описание предлагаемой схемы, с тем чтобы дать о ней общее представление и обсудить связанные с её реализацией проблемы.

Предположим, что Центру поступил заказ на производство некоторого объёма  $w_m^*$  изделия  $m \in \hat{M}^1$ . Вёрстка плана исполнения заказа происходит в несколько этапов.

*Этап 1.* Центру известны технологические графы для всех товаров, производимых внутри ассоциации. Он публикует полученный заказ вместе с полной номенклатурой, необходимых для его исполнения комплектующих, вектором  $\bar{H}(w_m^*)$ .

*Этап 2.* Каждое предприятие  $l \in \hat{L}$ , получив от Центра общий запрос на производство в виде вектора  $\bar{H}(w_m^*)$  и опираясь на текущие объёмы своих ресурсов  $\bar{S}^l$ , формирует собственные планы производства вектора изделий  $\bar{W}^l \leq \bar{H}(w_m^*)$ .

Участник  $l \in \hat{L}$  выбирает вектор изделий  $\bar{W}^{2,l} = (w_1^{2,l}, w_2^{2,l}, \dots, w_M^{2,l})$ , которые он желал бы произвести в рамках данного заказа. Он выбирает точку на подмножестве пространства  $\mathbb{R}^M$ , заданном ресурсными ограничениями

$$\forall l: \bar{\Psi}^l(\bar{W}^{2,l}) \leq \bar{S}^l, \quad (4)$$

и требованиями заказа, т.е. неравенствами

$$w_n^{2,l} \leq h_n(w_m^*) \quad \forall n \in \hat{M}. \quad (5)$$

После этого участники публикуют запросы на поставки комплектующих  $\bar{G}(\bar{W}^{2,l}), l \in \hat{L}$ , необходимых для производства векторов  $\bar{W}^{2,l}$ .

*Этап 3.* В ответ на запрос от предприятия  $l$  на поставки комплектующих другие члены ассоциации, исходя из собственных планов на участие в исполнении заказа, публикуют предложения по объёмам и ценам поставок запрошенных деталей. По совокупности этих предложений участник  $l$ , корректирует исходный вектор  $\bar{W}^{2,l}$ , формируя вектор  $\bar{W}^{3,l} \leq \bar{W}^{2,l}$ . Именно эту форму взаимодействия между производителями будем называть аукционом. Это один из вариантов аукциона закрытого типа.

Публикации предприятиями запросов на поставки комплектующих – суть объявление аукционов на эти поставки.

Обозначим множество предприятий, производящих изделия из набора  $W \subset \hat{M}$ , как  $L(W)$ .

Пусть  $n$  – некоторая ненулевая компонента вектора  $\bar{H}(w_m^*)$ , такая что номенклатура комплектующих, необходимых для производства изделия  $n$ ,  $G(n) \neq \emptyset$ . На заказы изделий из множества  $G(n)$  должны откликнуться их производители, их множество обозначим  $L(G(n))$ . Часть своих ресурсов они выделяют для производства комплектующих  $G(n)$ . Для планирования производства изделий  $n$  участнику  $l$  нужно знать, какими объёмами комплектующих  $G(n)$  он будет располагать. Для этого необходимо, чтобы завершились аукционы по всем комплектующим  $G(n)$ . Поэтому аукционы следует проводить в определённом порядке. Этот порядок регулирует Центр, следуя структуре технологического графа. Аукцион на поставки комплектующей  $k$  для изделия  $n$ , проводимый участником  $l$ , обозначим  $A_{k,n}^l$ . Положим ранг любого аукциона  $A_{k,n}^l$ ,  $k \in G(n)$ ,  $l \in L(n)$  равным рангу изделия  $n$ .

*Условие 1.* Аукционы, у которых ранг выше, всегда предшествуют аукционам с более низким рангом.

Комплектующие  $G(n)$ , всегда имеют более высокий ранг, чем изделие  $n$ . Поэтому, в силу условия 1, участник  $l$ , производящий изделия  $n$ , завершив аукционы  $A_{k,n}^l$  по изделиям  $k \in G(n)$ , знает объёмы всех комплектующих, которыми он располагает для производства изделий  $n$ . Он может рассчитать доступный ему объём их производства  $w_n^{3,l}$  и распределить его в виде предложений о поставках этих изделий на аукционах следующих уровней  $A_{n,k}^j$ ,  $n \in G(k)$ ,  $j \in L(k)$ .

*Этап 4.* Когда нисходящая волна аукционов по комплектующим всех рангов завершается, Центр получает предложения по выпуску продукции  $m$  от предприятий, производящих изделия ранга 1. Если суммарный объём этих предложений не меньше заказа  $w_m^*$ , то Центр распределяет производство объёма  $w_m^*$  между производителями изделия  $m$ , имеющего ранг 1, в пределах их предложений. Те, в свою очередь, распределяют заказ на комплектующие ранга 2, между их производителями, согласно их предложениям на прошедших аукционах и т.д. При выборе поставщиков комплектующих на этапе 4 участники ориентируются на цены поставок. Формирование этих цен – отдельная тема, которая оставлена за скобками этого доклада.

Восходящая волна распределения заказа заканчивается на конечных узлах технологического графа, что завершает формирование плана производства.

### 3. Обсуждение эффективности аукционной схемы

В математическом смысле предложенная схема – это многошаговая игра, в которой игроками являются входящие в ассоциацию предприятия. Участники принимают решения на разных этапах игры, причём делают это одновременно, не зная решений конкурентов. Они не знают этих решений на этапе 1 схемы, когда составляют первоначальный план своего производства. То же происходит, когда участники формируют предложения на текущие и будущие аукционы. Каждый участник стремится к максимизации собственной прибыли, но прежде он заинтересован в том, чтобы общий план исполнения заказа был сформирован – без этого его прибыль будет нулевой.

В такой сложной игре неопределённость выбора каждого участника слишком велика, чтобы рассчитывать на поиск оптимальной стратегии, описываемой в вероятностных категориях или принципом гарантированного результата. Легко понять, что аукционная схема не обязательно приводит к созданию плана производства в тех случаях, когда допустимый план, т.е. решение задачи 1 – 3 существует. Вот простой пример.

**Пример 1.** Предположим, что в ассоциацию помимо Центра входят 4 предприятия. Участники  $l_1$  и  $l_2$  производят изделие 1. Для сборки одного изделия 1 требуются комплектующие 2 и 3, каждое в единичном объёме.

Изделия 2 и 3 производятся участниками  $l_3$  и  $l_4$ , причём из-за ресурсных ограничений каждый из них может изготовить либо одно изделие 2, либо одно изделие 3.

Ассоциации заказано изделие 1 в объёме 1. Участники  $l_1$  и  $l_2$  объявляют аукционы на поставку изделий 2 и 3. Участник  $l_3$  решает изготовить комплектующую 2 в объёме 1 и предложить её как на

аукционе  $A_{2,1}^1$ , так и на аукционе  $A_{2,1}^2$ . При этом, он не рискует тем, что не сможет выполнить обязательства, т.к., согласно объёму заказа на сборку изделия 1, требуемые поставки изделия 2 не могут превысить объём 1. Если участник  $l_4$  решает заняться производством изделия 3 и предложить его на аукционах  $A_{3,1}^1$  и  $A_{3,1}^2$ , то план исполнения заказа может быть сформирован и изделие 1 может быть собрано или участником  $l_1$ , или участником  $l_2$  по выбору Центра.

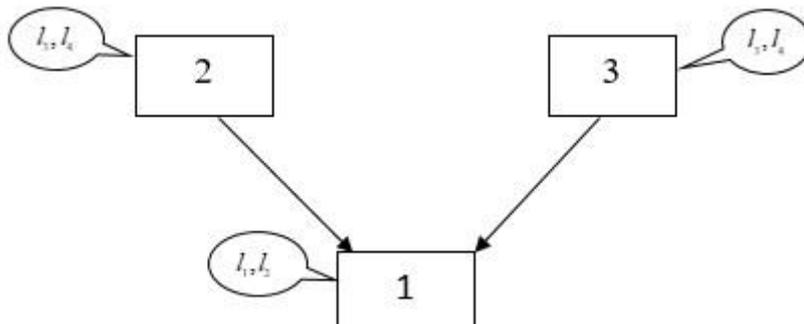


Рис. 1. Иллюстрация к примеру 1

Однако, ничто в условиях этого примера не препятствует участнику  $l_4$ , как и участнику  $l_3$ , запланировать производство комплектующей 2 и предложить её на аукционы  $A_{2,1}^1$  и  $A_{2,1}^2$ . Тогда предприятия  $l_1, l_2$  останутся без комплектующей 3 и формирование плана окажется невозможным.

Представляется, что аукционная схема будет эффективной, когда число участников велико, а их производственные ресурсы значительно превосходят те, что необходимы для исполнения заказа. Но и в этом случае, чтобы увеличить шансы на формирование плана, на решения участников полезно наложить некоторые ограничения. Участникам предлагается придерживаться следующих правил.

На этапе 2 участнику  $l$ , при формировании предварительного плана производства  $\bar{W}^{2,l}$  предписывается выбирать один из недоминируемых векторов изделий на множестве векторов, удовлетворяющих ограничениям 4 – 5.

На этапе 3, после окончания всех аукционов проведённых по комплектующим для изделия  $n$ , участнику  $l$  предписывается в качестве желательного для производства выбирать максимальный объём  $w_n^{3,l}$ , который он может произвести из комплектующих, собранных на аукционах и при ограничении  $w_n^{3,l} \leq w_n^{2,l}$ , т.е. не больше того объёма, который был им объявлен на этапе 2. Этот объём он предлагает к поставке на аукционах производителей, нуждающихся в комплектующей  $n$ . Если  $w_n^{3,l} = w_n^{2,l} = h_n(w^*)$ , то объём  $w_n^{3,l}$  предлагается на всех аукционах по поставке изделия  $n$ , иначе  $w_n^{3,l}$  распределяется между такими аукционами.

Эти правила обосновываются следующими соображениями. Интуитивно понятно, что, чем больше объём предложений от участников, тем больше шансов на то, что план будет свёрстан. Хотя, при отсутствии стохастической модели для рассматриваемой схемы формально доказать это утверждение будет сложно. Нетрудно доказать, такое утверждение. Предположим, выполняется следующее условие.

*Условие 2.* Пусть  $W_n^{3,l}$  – вектор распределения объёма  $w_n^{3,l}$  между аукционами по комплектующим  $n$ . Тогда, если объём  $\hat{w}_n^{3,l} \geq w_n^{3,l}$ , то участник  $l$  всегда выбирает такое его распределение по аукционам –  $\hat{W}_n^{3,l}$ , чтобы вектор  $\hat{W}_n^{3,l}$  доминировал вектор  $W_n^{3,l}$ .

Тогда справедливо такое утверждение.

*Утверждение 1.* Если какой-то совместный выбор участников приводит к формированию плана, то замена в выборе отдельного участника доминируемых векторов на доминирующие их также позволяет сформировать план.

Если условие 2 не выполняется, то нетрудно построить примеры, в которых утверждение 1 окажется неверным. Однако, не видно возможности сформулировать условие 2 в виде ещё одного правила выбора для участников. Поэтому, уже сформулированные правила носят эвристический характер.

#### 4. Заключение

Описанная схема представляется достаточно наглядной. Повторим, можно ожидать, что она окажется эффективной, когда число участников велико, а их ресурсы значительно превосходят те, что необходимы для исполнения заказа. Но зависимость эффективности схемы от параметров её участников слишком сложна для аналитического исследования. Приступить к реализации такого сложного затратного проекта с вовлечением в него большого количества агентов без предварительного исследования представляется нерациональным и рискованным. Для такого исследования можно применить метод Монте-Карло в режиме компьютерной имитации. В общих чертах имитационная система может быть описана следующим образом.

На компьютере моделируется сеть, узлы которой соответствуют участникам ассоциации. Для каждого узла создаётся своя модель производства. Выбирается множество изделий  $\hat{M}$  и для них строятся производственные графы. Моделируются правила аукционов. Для узлов задаётся процедура выбора недоминируемых векторов  $\bar{W}^{2,i}$ , например, посредством решения задачи максимизации одной из компонент вектора ресурсов  $\bar{\Psi}^i$  при выполнении всех ресурсных ограничений. Моделируется процедура расчёта компонент векторов  $\bar{W}^{3,i}$  и распределения их объёмов в виде предложений на аукционах. Для каждого узла задаётся начальное состояние ресурсов, и системе предлагается последовательность заказов на производство изделий из набора  $\hat{M}^1$ . Откликом системы на заказ будет план сборки заказа, сформированный по аукционной схеме, коль скоро такой удаётся построить. Желательно также реализовать решение общей задачи 1 – 3. В рамках модели это представляется более реальным, чем на практике – в модели легче варьировать число участников и их структуру. Это позволило бы сравнивать решения исходной задачи с решениями, полученными при аукционной схеме.

В то же время рассмотренная схема может быть интересна в теоретическом плане, как пример системы с существенным элементом самоорганизации.

#### Литература

1. *Гасанов И.И.* Организация аукционов в сетевых моделях. Управление развитием крупномасштабных систем // MLSД'2021. – М. ИПУ РАН, 2021.
2. *Гудфеллоу Ян, Бенджио Иошуа, Курвилль Аарон.* Глубокое обучение. – М.: ДМК-пресс, 2018.
3. *Ерешко Ф.И., Мушков А.Ю., Турко Н.И., Цвиркун А.Д.* Управление в крупномасштабных проектах многоукладной экономики. // Автоматика и Телемеханика. М., 2022, №5.
4. *Люгер Джордж Ф.* Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем. 4-е издание – М.: Издательский дом "Вильямс", 2003.
5. *Понпер Натаниел.* Цифровое золото. Невероятная история Биткойна или как идеалисты и бизнесмены изобретают деньги заново. – М., С П-Б, Киев: Диалектика, 2016.
6. *Шолле Франсуа.* Глубокое обучение на Python. – С П-Б.: Питер, 2018.
7. *Сонин Л.И.* Основы теории аукционов. // Вопросы экономики. 2021. № 1. С. 5-32.
8. *Andreas M. Antonopoulos.* Mastering Bitcoin by Andreas M. Antonopoulos – LLC Copyright 2016, <https://bitcoinbook.info>.
9. *Klemperer P.* Auction Theory: A Guide to the Journal of Economic Surveys, Vol. 13(3), July, 1999, pp. 227- 286.
10. *Krishna Vijay,* Auction theory. // Elsevier, New York, 2002.