

# АНАЛИЗ ПРОБЛЕМ РАЗРАБОТКИ ПРИКЛАДНЫХ МЕТОДОВ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ЦИФРОВЫХ ПОДСТАНЦИЙ

**Жматов Д.В.,**

*МИРЭА – Российский технологический университет», Москва, Россия*  
absh-sila@rambler.ru

**Гинсберг К.С.**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия*  
ginsberg@mail.ru

*Аннотация. Утверждается, что возможность применения эффективных прикладных методов идентификации появилась в результате использования на цифровых подстанциях устройств синхронизированных векторных измерений. Приведена математическая постановка задачи параметрической идентификации. Разработан метод оценивания неизвестных параметров на основе использования двухступенчатого обобщенного метода наименьших квадратов.*

*Ключевые слова: прикладные методы идентификации, параметрическая идентификация, цифровая подстанция, синхронизированные измерения, задачи параметрической идентификации, оценивание неизвестных параметров.*

## **Введение**

Настоящая работа продолжает исследования, изложенные в докладах [1, 2].

Термин «прикладной метод идентификации» понимается в узком и широком смысле. В узком смысле этот термин обозначает определенный математический метод параметрической (непараметрической или структурной) идентификации конкретного динамического или безынерционного объекта. Способ задания этого метода зависит от типа идентификации. Например, математический метод параметрической идентификации задается с помощью двух интерпретированных математических объектов:

- семейства математических моделей (идентифицируемого объекта), параметризованного вектором неизвестных параметров;
- аналитически заданной функции, с помощью которой можно определить оценку вектора неизвестных параметров на основе имеющихся измерений.

В широком смысле термин «прикладной метод идентификации» обозначает как математический, так и концептуальный метод идентификации. Под концептуальным методом идентификации понимается системно-функциональная или функциональная эталонная модель поведения субъекта идентификации на определенном этапе предпроектных или проектных стадий создания системы управления. Если приведенное определение попытаться выразить простыми словами, то концептуальный метод – это способ организации (упорядочивания) деятельности субъекта идентификации на определенном этапе создания проектируемой системы.

Концептуальным методом идентификации, в частности, является методология структурной идентификации. Концептуальные и математические методы идентификации являются эффективными средствами информационной поддержкой человеческой деятельности в процессе отыскания адекватных моделей объектов идентификации. Теоретическая разработка методов идентификации в основном осуществляется под влиянием и в соответствии с методологическими стандартами, которые формируются в работах ведущих ученых научной дисциплины «идентификация систем» [3–15]. Возникновение этой дисциплины в 60-х годах прошлого века не только способствовало консолидации научных исследований по проблеме идентификации объектов управления, но и значительно ускорило создание математических основ современной теории управления.

В конце XX и в начале XXI веков в рамках идентификации систем особенно быстро развивается теория параметрической идентификации, разрабатывается большое число математических методов параметрической идентификации. Создаются хотя и в меньшем количестве из-за интеллектуальных трудностей различные математические методы непараметрической и структурной идентификации. Количество интеллектуальных трудностей значительно возрастает при переходе от разработки математических методов параметрической идентификации к разработке методов структурной идентификации. Поэтому, по мнению авторов, создание нового математического метода структурной идентификации следует рассматривать как значимое научное событие.

Еще большие трудности вызывают исследования в области разработки концептуальных методов идентификации. Об истоках этих интеллектуальных трудностей можно только догадываться. В настоящей работе предлагается следующая гипотеза. Любой концептуальный метод в идейном плане является моделью или эталоном определенного поведения субъекта идентификации. Познавательная деятельность этого субъекта (на предпроектных и проектных стадиях создания системы управления) не является предметом исследования идентификации систем или другой научной дисциплины. Поэтому исследователям при построении эталонной модели поведения субъекта приходится опираться на собственный эмпирический опыт построения математических моделей, который еще не прошел системного теоретического осмысления.

Недостаточный объем знаний об организации идентификации рассматривается как основание для выдвижения следующей гипотезы. Предполагается, что основные истоки исходных интеллектуальных трудностей возникают не в процессе создания вариантов эталонной модели поведения субъекта, а порождаются в поиске рационального обоснования исследуемых вариантов и в процессе выбора наиболее предпочтительного варианта модели поведения. Поэтому концептуальные методы идентификации традиционно присутствуют в результатах научных исследований в упрощенной форме в виде общей структурной схемы идентификации.

Исключением из общего правила является небольшое число исследований по методологии структурной идентификации. В этих исследованиях развивается представление о методологии структурной идентификации как системно-функциональной эталонной модели поведения субъекта структурной идентификации на предпроектных стадиях создания САУ. Часть этих исследований опубликована в докладах MLSD в период с 2019 по 2023 годы.

Создание прикладных методов идентификации обычно осуществляется на основе научных знаний, полученных в фундаментальных исследованиях в области идентификации систем. Аналогичным образом предлагается поступать и при разработке прикладных методов идентификации электротехнических объектов цифровой подстанции. Создание этих методов имеет свои специфические особенности и трудности, которые существенно затрудняют разработку и использование прикладных методов идентификации.

Трудности возникают в случае отсутствия математического обеспечения процессов идентификации, обладающего необходимой точностью и адекватностью. В частности, не все имеющиеся математические модели токов и напряжений в переходных режимах электрических систем обладают необходимой для решения актуальных проблем точностью и адекватностью. Особенности обусловлены особыми свойствами массивов измерений, используемых для построения моделей электротехнических объектов. На современных цифровых подстанциях эти массивы измерений в основном состоят из измерений, полученных с помощью устройств синхронизированных векторных измерений (УСВИ). Авторы убеждены, что возможность разработки эффективных прикладных методов идентификации появилась в результате широкого использования на цифровых подстанциях таких специальных средств измерения как УСВИ.

Авторы выделяют четыре актуальные проблемы для анализа в настоящей работе:

- Проблему классификации методов идентификации объектов управления.
- Проблему построения информационно-описательной модели УСВИ.
- Проблему математической формализации задач параметрической идентификации для цифровых подстанций.
- Проблему синтеза методов оценивания неизвестных параметров для цифровых подстанций.

## **1. Информационно-описательная модель УСВИ**

Устройства синхронизированных векторных измерений (УСВИ), имеющие также название Phasor Measurement Units (PMU), предназначены для измерения напряжений и токов в различных точках энергосистемы с осуществлением точной синхронизации измерений по времени с помощью глобальной системы позиционирования (GPS). Выходными сигналами УСВИ являются синхронизированные векторные измерения, или фазоры, которые включают амплитуду и фазовый угол измеряемых величин. Синхронизация во времени обычно осуществляется с помощью точных временных меток или сигналов, которые используются для согласования временных интервалов между измерениями.

Первые УСВИ начали устанавливаться в электрических сетях в конце 20-го века. Однако их более широкое внедрение началось в 21 веке. Начальное внедрение этих средств измерения имело локальный характер, поскольку их развертывание требовало значительных инвестиций в инфраструктуру и

технологии, а также в стандартизацию данных и методов обработки. Однако с развитием современных цифровых технологий, стандартизации и нормативного регулирования, использование УСВИ стало более широко распространенным, особенно в сетях высокого напряжения и критически важных для электроснабжения объектах. По мере того, как потребность в точных фазовых данных и синхронизации в электроэнергетике продолжает расти, ожидается, что УСВИ будут все более интегрироваться в электрические сети в разных странах и регионах.

Существенное влияние на внедрение УСВИ оказало формирование и принятие концепции интеллектуальных электрических сетей (ИЭС). Одной из ранних вех в принятии концепции ИЭС было появление идеи "цифровых подстанций" (Digital Substations) в стандарте IEC 61850, который был принят в 2004 году Международной электротехнической комиссией (IEC). Этот стандарт предоставил общие принципы и рекомендации по проектированию и развертыванию цифровых подстанций. Суть концепции ИЭС заключается в создании интегрированных электрических сетей, которые способны эффективно управлять, мониторить и оптимизировать производство, передачу и распределение электроэнергии с использованием передовых цифровых технологий, таких как цифровые подстанции, синхронизированные векторные измерения (Synchrophasor Measurements), системы управления энергопотреблением (Demand Response), системы мониторинга и диагностики состояния сети, а также сценарные алгоритмы для принятия решений оператором.

УСВИ отличаются от традиционных датчиков следующими свойствами:

- УСВИ используют GPS для точной временной синхронизации измерений, что позволяет координировать данные из различных точек сети. Традиционные датчики обычно не имеют синхронизации времени и работают независимо друг от друга.
- УСВИ измеряют фазоры (комплексные числа, включающие амплитуду и фазовый угол). Традиционные датчики измеряют только мгновенные значения напряжения и тока без учета фазового угла.
- УСВИ передают данные в реальном времени в централизованные системы управления и мониторинга. Традиционные датчики обычно передают данные с задержкой.

УСВИ как базисное средство измерения устанавливаются в наиболее важных для контроля узлов электрических сетей:

- УСВИ устанавливаются на входных и выходных точках ЛЭП для измерения фазоров напряжения и тока.
- УСВИ устанавливаются на первичных и вторичных обмотках трансформаторов для мониторинга и анализа параметров.
- УСВИ устанавливаются на критически важных узлах для мониторинга потоков энергии и выявления аномалий.
- УСВИ размещаются на шинах и секционных выключателях для контроля распределения энергии.

УСВИ используются для достижения следующих целей:

- Организация мониторинга состояния системы электроснабжения, что важно для предотвращения аварийных ситуаций.
- Синхронизация данных по всей подстанции и между другими подстанциями, объединенными в кольцо, что необходимо для координации защитных устройств и систем управления.
- Количественная оценка работы систем электроснабжения, оптимизация потоков энергии и повышение надежности.

Процесс синхронизации в соответствии с стандартом IEEE C37.118 включает несколько ключевых этапов:

- Получение опорного сигнала времени. Этот сигнал обычно получают от глобальных навигационных спутниковых систем. Спутниковые приемники на подстанциях получают точное время и распределяют его по сети.
- Синхронизация устройств векторных измерений (PMU). Каждое устройство PMU получает опорный временной сигнал и использует его для синхронизации своих внутренних часов. Это позволяет всем PMU в сети проводить измерения фазовых углов и величин тока и напряжения в точно синхронизированные моменты времени.
- Измерение фазоров. Синхронизированные PMU выполняют измерения электрических величин, таких как ток и напряжение, и вычисляют их фазоры. Фазор – это комплексная величина, представляющая амплитуду и фазу синусоидального сигнала.

На рисунке 1 представлена информационная модель УСВИ.

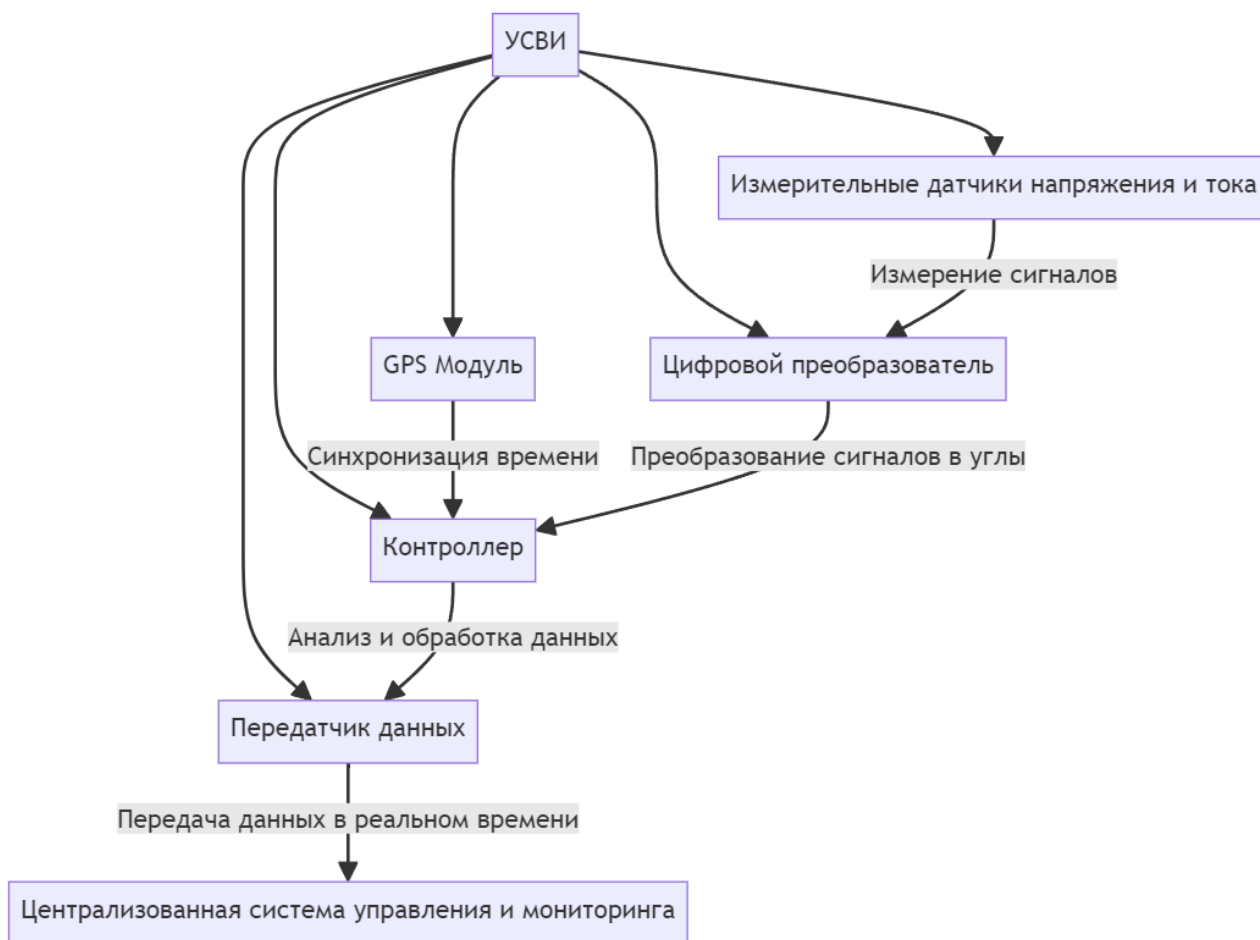


Рис. 1. Информационная модель УСВИ

## 2. Математическая постановка задачи параметрической идентификации

Современный процесс разработки прикладного метода параметрической идентификации обязательно должен включать этап математической постановки задачи параметрической идентификации. Только при наличии этого этапа процесс разработки будет соответствовать современным научным представлениям. Общие особенности указанного этапа, присущие цифровым подстанциям с УСВИ, проиллюстрируем на примере математической постановки задачи параметрической идентификации УСВИ.

Изложению математической постановки задачи обычно предшествует содержательная постановка проблемы параметрической идентификации. Поэтому сначала приведем описание основных свойств проблемы параметрической идентификации УСВИ, знание которых является необходимой основой понимания проблемы и условий ее формализации.

В первую очередь, отметим особенность структуры проблемы, которая формулируется в форме задачи. Проблема содержит раздел «Требование проблемы» и раздел «Условия проблемы». Раздел «Требование проблемы» в идеале должен содержать такой объем информации, который позволяет субъекту идентификации точно распознать, является ли построенная математическая модель объекта идентификации решением проблемы или нет. На основе содержания раздела «Требование проблемы» субъект идентификации формирует цель своей деятельности в процессе параметрической идентификации УСВИ. Раздел «Условия проблемы» в идеале должен содержать всю имеющуюся информацию об организуемой или реализуемой параметрической идентификации и о свойствах среды, в которой осуществляется эта идентификация. Содержание указанного раздела выступает в качестве базисной основы при создании средств деятельности субъекта параметрической идентификации. В частности, математическая задача параметрической идентификации УСВИ, которая будет сформулирована в этом параграфе, в основном создается на основе содержания раздела «Условия проблемы».

Проблема параметрической идентификации содержит два типа знания. К первому типу относятся требования, установки, нормы деятельности, которые выступают в качестве методологических рекомендаций для субъекта идентификации. Ко второму типу относится накопленный у субъекта эмпирический опыт проведения идентификаций и имеющиеся знания о различных аспектах организуемой или реализуемой параметрической идентификации. Приведем только ключевые, по нашему мнению, аспекты параметрической идентификации УСВИ.

Во-первых, эта идентификация организуется как вспомогательный процесс, не имеющий самостоятельного значения. Ее назначение – получение адекватной математической модели объекта идентификации, которая необходима для проектирования конкретной системы управления с требуемыми свойствами. Из указанного свойства вытекает, как следствие, что параметрическая идентификация УСВИ организуется на проектных стадиях создания опытного образца проектируемой системы. Указанные стадии кроме параметрической идентификации УСВИ могут содержать идентификации других электротехнических объектов, что существенно усложняет процесс нахождения адекватной математической модели УСВИ.

Во-вторых, субъектом параметрической идентификации является коллектив разработчиков проектируемой системы управления с требуемыми свойствами. Целью деятельности этого субъекта является определение адекватной математической модели объекта идентификации. Слово «адекватной» здесь и далее указывает на соответствие адекватной математической модели цели деятельности коллектива разработчиков по созданию проектируемой системы управления с требуемыми свойствами. Другими словами, адекватная математическая модель имеет такой уровень функционального подобия объекту идентификации, при котором использование этой модели в процессе проектирования позволяет создать приемлемый опытный образец проектируемой системы управления, который в опытной эксплуатации удовлетворяет требованиям технического задания на проектирование этой системы.

В-третьих, любая параметрическая идентификация в качестве конечного результата должна иметь эмпирически обоснованную математическую модель объекта идентификации, которую субъект идентификации воспринимает как адекватную математическую модель объекта идентификации или как её приемлемое приближение, допустимое с точки зрения качества решения задачи проектирования требуемой системы управления.

Изложенное понимание конечного результата уточним с помощью соответствующей интерпретации. Согласно этой интерпретации, конечный результат параметрической идентификации является эмпирическим аналогом адекватной математической модели объекта идентификации.

Будем также предполагать, что параметрическая идентификация осуществляется по измерениям, полученным в нормальном установившемся режиме в электроэнергетической системе (ЭЭС) на цифровой подстанции с УСВИ. Наличие нормального установившегося режима в ЭЭС означает, что система достигла устойчивого состояния после включения или изменений в ней. На цифровой подстанции с УСВИ нормальный установившийся режим обладает двумя основными свойствами:

- Устройства на подстанции, такие как защитные реле, измерительные устройства, автоматика и другие системы, должны быть точно синхронизированы по времени. Устройства синхронизируются с помощью УСВИ, что позволяет им оперировать с одним временным шаблоном для координации действий и обмена данными.
- После установки и настройки системы на подстанции, электрическая сеть должна достичь стабильного режима работы, то есть баланса переданной и полученной электроэнергии. Это означает, что напряжение и частота находятся в рамках отраслевых отклонений от заданных нормы. Математическая модель сигналов на входе УСВИ имеет следующий вид:

$$\begin{cases} u_1(t) = \theta_1(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_1) + \xi_1(t), \\ u_2(t) = \theta_2(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_2) + \xi_2(t), \\ u_3(t) = \theta_3(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_3) + \xi_3(t), \end{cases} \quad (1)$$

где  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$ ,  $u_3(t)$  – сигналы напряжения в трехфазной системе электроснабжения;  $\theta_1(t)$ ,  $\theta_2(t)$ ,  $\theta_3(t)$  – процессы изменения амплитуд напряжений во времени;  $f_0$  – начальная частота сети;  $t \in (0, \infty)$  – независимая переменная, которая интерпретируется как время;  $\varphi_1(t)$ ,  $\varphi_2(t)$ ,  $\varphi_3(t)$  – расчетные фазы напряжений;  $\xi_j(t)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) – искажения сигналов напряжения.

Математическая модель сигналов тока на входе УСВИ имеет следующий вид:

$$\begin{cases} i_1(t) = \theta_4(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_4) + \xi_4(t), \\ i_2(t) = \theta_5(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_5) + \xi_5(t), \\ i_3(t) = \theta_6(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_6) + \xi_6(t). \end{cases} \quad (2)$$

В модели (2)  $i_j(t)$ ,  $t \in (0, \infty)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) – сигналы в трехфазной системе электроснабжения;  $\theta_j(t)$  ( $j = 4, 5, 6$ ) – процессы изменения амплитуд токов;  $\varphi_j$  ( $j = 4, 5, 6$ ) – заданные фазы токов;  $\xi_j(t)$  ( $j = 4, 5, 6$ ) – искажения сигналов тока.

Модель изменений амплитуд напряжений и токов имеет вид:

$$\theta_j(t) = \theta_j^{(v)}, \text{ если } t_0 + (v-1)T_0 \leq t < t_0 + vT_0 \quad (v = 1, 2, 3, \dots; j = \overline{1, 6}), \quad (3)$$

где  $T_0$  – промежуток времени, на котором амплитуда напряжений и токов имеют постоянное значение;  $t_0$  – начальный момент отсчета времени,  $t \in (0, \infty)$ ;  $T_0 = l\Delta$ , где  $l$  – четное натуральное число;  $\Delta$  – шаг дискретизации сигналов напряжений и токов по времени.

Обозначим через  $V_n = [v_1(t_n), v_2(t_n), \dots, v_6(t_n)]^T$  вектор-столбец измерений на выходе УСВИ, которые, согласно процедуре синхронизации, произведены в момент  $t_n = t_0 + n\Delta$  ( $n = 0, 1, \dots$ );  $T$  – символ транспонирования;  $v_j(t_n)$  ( $j = \overline{4, 6}$ ) – измерения токов в трехфазной системе электроснабжения;  $v_j(t_n)$  ( $j = \overline{1, 3}$ ) – измерения напряжений в трехфазной системе электроснабжения.

Математическая модель последовательности измерений  $V_n$  ( $n = 0, 1, \dots$ ) имеет вид:

$$V_n = D_n \theta_n + \beta_n + \delta_n, n = 0, 1, \dots, \quad (4)$$

где  $D_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{diag}(d_{11}(t_n), d_{22}(t_n), \dots, d_{66}(t_n))$  – диагональная матрица 6-го порядка;  $d_{jj}(t_n) = \cos(2\pi f_0 t_n + \alpha_j(t_n))$  ( $j = \overline{1, 3}$ );  $d_{jj}(t_n) = \sin(2\pi f_0 t_n + \alpha_j(t_n))$  ( $j = \overline{4, 6}$ );  $\alpha_j(t_n)$  ( $j = \overline{1, 3}$ ) – заданные неслучайные параметры, интерпретируемые как расчетные фазы напряжений;  $\alpha_j(t_n)$  ( $j = \overline{4, 6}$ ) – заданные неслучайные параметры, интерпретируемые как расчетные фазы токов.

Относительно компонент вектора-столбца  $\theta_n = [\theta_1(t_n), \theta_2(t_n), \dots, \theta_6(t_n)]^T$  предполагается, что  $\theta_j(t_n)$  ( $j = \overline{1, 3}$ ); – неизвестные неслучайные параметры, интерпретируемые как амплитуды напряжений в момент  $t_n$ ;  $\theta_j(t_n)$  ( $j = \overline{4, 6}$ ) – неизвестные неслучайные параметры, интерпретируемые как амплитуды токов в момент  $t_n$ .

Относительно компонент вектора-столбца  $\beta_n = [\beta_1(t_n), \beta_2(t_n), \dots, \beta_6(t_n)]^T$  предполагается, что  $\beta_j(t_n)$  ( $j = \overline{1, 6}$ ) – неизвестные неслучайные параметры, интерпретируемые как систематические погрешности измерений УСВИ.

Модель изменений систематических погрешностей имеет вид:

$$\beta_j(t_n) = \beta_j^{(v)}, \text{ если } t_0 + (v-1)T_0 \leq t_n < t_0 + vT_0, \quad n = 0, 1, \dots \quad (j = \overline{1, 6}; v = 1, 2, 3, \dots). \quad (5)$$

Вектор-столбец  $\delta_n = [\delta_1(t_n), \delta_2(t_n), \dots, \delta_6(t_n)]^T$  является случайным вектором, который интерпретируется как случайная погрешность измерений УСВИ. Последовательность случайных векторов  $\delta_n$ ,  $n = 0, 1, \dots$  представляет собой последовательность статистически независимых случайных векторов, имеющих нулевое математическое ожидание  $M[\delta_n] = 0$  и неизвестную положительно определенную ковариационную матрицу  $M[\delta_n \delta_n^T] = \Lambda(t_n)$ .  $M$  – символ математического ожидания.

Для любого промежутка постоянства амплитуд и момента времени  $t_n \in [t_0 + (v-1)T_0, t_0 + vT_0)$  имеет место следующее представление  $\Lambda(t_n)$ :

$$\Lambda(t_n) = \begin{cases} \Lambda_1^{(v)}, & \text{если } t_0 + (v-1)T_0 \leq t_n < t_0 + \left(v - \frac{1}{2}\right)T_0, \\ \Lambda_2^{(v)}, & \text{если } t_0 + \left(v - \frac{1}{2}\right)T_0 \leq t_n < t_0 + vT_0, \end{cases} \quad (6)$$

где  $v$  – номер промежутка постоянства амплитуд.

Из свойств модели (3) следует:

$$\theta_j(t_n) = \theta_j^{(v)}, \text{ если } t_0 + (v-1)T_0 \leq t_n < t_0 + vT_0 \quad (j = \overline{1, 6}, v = 1, 2, 3, \dots, n = 0, 1, \dots).$$

Поэтому имеет место следующее представление векторов  $\theta_n$  модели (4):

$$\theta_n = \theta^{(v)}, \text{ если } t_0 + (v-1)T_0 \leq t_n < t_0 + vT_0,$$

где  $j = \overline{1,6}$ ;  $\nu = 1,2,3, \dots$ ;  $n = 0,1, \dots$ ;  $\theta^{(\nu)} = [\theta_1^{(\nu)}, \theta_2^{(\nu)}, \dots, \theta_6^{(\nu)}]^T$ .

Под точным или приближенным решением математической задачи параметрической идентификации понимается аналитически заданная функция, позволяющая определить оценку вектора неизвестных параметров  $\theta^{(\nu)}$  ( $\nu = 1,2,3, \dots$ ) по всем измерениям  $V_n$  на произвольном  $\nu$ -ом промежутке постоянства амплитуд напряжений и токов. Уточняя изложенное, отметим, что на указанном промежутке имеются измерения  $V_n$  с номерами от  $n = l(\nu - 1)$  до  $n = l\nu - 1$  включительно.

Оценку вектора  $\theta^{(\nu)}$  по имеющимся измерениям обозначим символом  $\tilde{\theta}^{(\nu)}$ :

$$\tilde{\theta}^{(\nu)} = F(V_{l(\nu-1)}, \dots, V_{l\nu-1}) \quad (\nu = 1,2,3, \dots), \quad (7)$$

где  $F$  – аналитически заданная функция, которую авторы интерпретируют как аналитический метод оценивания неизвестных параметров.

В качестве показателя качества выбранного аналитического решения (7) примем:

$$\mathfrak{S} = M[(\tilde{\theta}^{(\nu)} - \theta^{(\nu)})^T B (\tilde{\theta}^{(\nu)} - \theta^{(\nu)})]. \quad (8)$$

где  $B$  – заданная положительно определенная матрица.

До сих пор не удается разработать точный аналитический метод решения математических задач параметрической идентификации, в условиях которых предполагается, что отсутствует информация о ковариационной матрице погрешностей измерений. Поэтому в научных исследованиях широко используются приближенные аналитические методы решения математических задач параметрической идентификации.

С точки зрения современных методологических стандартов для сферы электроэнергетики, хорошо выраженных в формулировках задач оптимизации, изложенная математическая задача параметрической идентификации сформулирована недостаточно ясно и четко. Неясность и нечеткость в представленной формулировке возникают из-за непонимания, какое решение  $F_0$  этой задачи является предпочтительным. Поэтому добавим в имеющуюся формулировку задачи следующее определение. Будем считать, что решение  $F_0$  предпочтительнее других решений, если для  $F_0$  показатель (8) имеет меньшее значение (в наихудшем случае), чем значения этого показателя для других решений в наихудших для этих решений случаях.

### 3. Синтез метода оценивания неизвестных параметров

Согласно предлагаемому подходу, процесс решения математических задач параметрической идентификации разделяется на две стадии, если отсутствует априорное знание о ковариационной матрице погрешностей измерения. На первой стадии определяется аналитическое решение математической задачи в предположении, что известны элементы ковариационной матрицы погрешностей измерения. Аналитический метод, необходимый для получения этого решения, выбирается таким образом, чтобы аналитическое решение включало не только набор случайных аналогов измерений, используемых для оценивания неизвестных параметров, но и все элементы ковариационной матрицы, интерпретируемые как заданные параметры.

Указанное аналитическое решение в процессе параметрической идентификации выступает в роли аналитического метода оценивания неизвестных параметров математической модели объекта идентификации. Поэтому это аналитическое решение назовем аналитическим методом оценивания неизвестных параметров.

Полученный на первой стадии аналитический метод оценивания неизвестных параметров задан формулой:

$$\hat{\theta} = F_1(H, \Sigma), \quad (9)$$

где  $\hat{\theta}$  – оценка вектора  $\theta$  неизвестных неслучайных параметров математической модели объекта идентификации;  $F_1$  – аналитически заданная функция;  $H$  – набор случайных векторов, интерпретируемых как вектора измерений;  $\Sigma$  – ковариационная матрица погрешностей измерения, элементы которой являются заданными параметрами.

На второй стадии выбирается аналитический метод оценивания неизвестной ковариационной матрицы  $\Sigma$  на основе имеющихся измерений. Выбранный аналитический метод задан формулой:

$$\tilde{\Sigma} = F_2(H), \quad (10)$$

где  $\tilde{\Sigma}$  – оценка неизвестной ковариационной матрицы  $\Sigma$ ;  $F_2$  – аналитически заданная функция, выбор которой на второй стадии является основной целью исследователя.

Совместное использование формул (9), (10) в форме

$$\tilde{\theta} = F_1(H, \tilde{\Sigma}), \quad \tilde{\Sigma} = F_2(H) \quad (11)$$

задает аналитический метод оценивания неизвестных параметров в условиях отсутствия априорного знания о ковариационной матрице погрешностей измерения. В формуле (11) вектор  $\tilde{\theta}$  является оценкой неизвестного вектора  $\theta$ .

Применим предлагаемый подход к решению математической задачи параметрической идентификации, сформулированной во втором разделе. Предположим, что известны элементы ковариационных матриц  $\Lambda_1^{(v)}$ ,  $\Lambda_2^{(v)}$ .

Математическую модель измерений  $V_n$  на  $v$  – ом промежутке постоянства амплитуд напряжений и токов представим в виде:

$$V_n = X_n \mu^{(v)} + \delta_n, \quad n = lv - 1, (lv - 1) + 1, \dots, lv - 1,$$

где  $\mu^{(v)}$  – 12-мерный вектор столбец неизвестных параметров;  $X_n$  – известная матрица размера  $6 \times 12$ ;

$$\mu^{(v)} = \begin{bmatrix} \theta^{(v)} \\ \beta^{(v)} \end{bmatrix}; \quad X_n = [D_n : E_6]; \quad E_6 \text{ – единичная матрица 6-го порядка; } \beta^{(v)} = [\beta_1^{(v)}, \beta_2^{(v)}, \dots, \beta_6^{(v)}]^T.$$

Выберем оценку вектора  $\mu^{(v)}$  в классе линейных (относительных измерений  $V_n$ ) и несмещенных оценок. Известно [16], что в этом классе оценка обобщенного метода наименьших квадратов (ОМНК) обеспечивает наименьшее значение показателя (8).

ОМНК в матричной форме имеет следующий вид для решаемой задачи:

$$\hat{\mu}^{(v)} = \arg \min_{\mu \in R^{12}} J(\mu),$$

$$J(\mu) = \sum_{n=l(v-1)}^{l(v-\frac{1}{2})-1} (V_n - X_n \mu)^T \Lambda_{1v}^{-1} (V_n - X_n \mu) + \sum_{n=l(v-\frac{1}{2})}^{lv-1} (V_n - X_n \mu)^T \Lambda_{2v}^{-1} (V_n - X_n \mu),$$

$\Lambda_{1v} = \Lambda_1^{(v)}$ ,  $\Lambda_{2v} = \Lambda_2^{(v)}$ ,  $\hat{\mu}^{(v)}$  – оценка ОМНК.

Оценка ОМНК определяется на основе формул:

$$\hat{\mu}^{(v)} = (S^{(v)})^{-1} G^{(v)},$$

$$S^{(v)} = \sum_{n=l(v-1)}^{l(v-\frac{1}{2})-1} X_n^T \Lambda_{1v}^{-1} X_n + \sum_{n=l(v-\frac{1}{2})}^{lv-1} X_n^T \Lambda_{2v}^{-1} X_n,$$

$$G^{(v)} = \sum_{n=l(v-1)}^{l(v-\frac{1}{2})-1} X_n^T \Lambda_{1v}^{-1} V_n + \sum_{n=l(v-\frac{1}{2})}^{lv-1} X_n^T \Lambda_{2v}^{-1} V_n.$$

Метод оценивания неизвестных ковариационных матриц погрешностей измерения зададим с помощью формул:

$$\tilde{\Lambda}_{1v} = \frac{2}{l} \sum_{n=l(v-1)}^{l(v-\frac{1}{2})-1} (V_n - X_n \hat{\mu}_0^{(v)}) (V_n - X_n \hat{\mu}_0^{(v)})^T,$$

$$\tilde{\Lambda}_{2v} = \frac{2}{l} \sum_{n=l(v-\frac{1}{2})}^{lv-1} (V_n - X_n \hat{\mu}_0^{(v)}) (V_n - X_n \hat{\mu}_0^{(v)})^T,$$

$$\hat{\mu}_0^{(v)} = (\sum_{n=l(v-1)}^{lv-1} X_n^T X_n)^{-1} \sum_{n=l(v-1)}^{lv-1} X_n^T V_n \quad (v = 1, 2, 3, \dots).$$

Заменим в оценке ОМНК  $\hat{\mu}^{(v)}$  неизвестные ковариационные матрицы  $\Lambda_{1v} = \Lambda_1^{(v)}$ ,  $\Lambda_{2v} = \Lambda_2^{(v)}$  оценками  $\tilde{\Lambda}_{1v}$ ,  $\tilde{\Lambda}_{2v}$ . В результате получим оценку  $\tilde{\mu}^{(v)}$  двухступенчатого обобщенного метода



наименьших квадратов (ДОМНК). Следовательно, согласно (11), для сформулированной математической задачи параметрической идентификации именно оценка ДОМНК задает аналитический метод оценивания неизвестных параметров  $\theta^{(v)}, \beta^{(v)}$  в условиях отсутствия априорного знания о ковариационной матрице погрешностей измерения.

ДОМНК как самостоятельный научный и экспериментальный метод известен давно [17, 18]. Научные исследования его свойств свидетельствуют о его практической эффективности при наличии определенного количества измерений. В связи с этим отметим следующее. Предлагаемый подход нельзя рассматривать как обоснование для применения только ДОМНК. Изменение показателя качества оценивания (8), появление новых свойств погрешностей измерения, наличие априорной информации об оцениваемых неизвестных параметрах, расширение класса оценок, в котором ищется наилучшая оценка неизвестных параметров, могут привести к существенному изменению аналитического метода оценивания неизвестных параметров.

#### 4. Заключение

Исследование, представленное в настоящей работе, посвящено актуальным проблемам и перспективам разработки прикладных методов параметрической идентификации электротехнических объектов на цифровых подстанциях. Авторы предоставляют анализ возможностей и вызовов, связанных с использованием устройств синхронизированных векторных измерений (УСВИ), и подчеркивают их важность для точной и эффективной параметрической идентификации объектов энергосистем.

Одним из результатов работы является разработка метода параметрической идентификации, основанного на двухступенчатом обобщенном методе наименьших квадратов. Предполагается, что применение этого метода значительно повысит точность оценивания амплитуд и фаз токов и напряжений, что критически важно для работы современных цифровых подстанций.

Важным аспектом исследования является обсуждение трудностей, связанных с научной разработкой концептуальных методов идентификации. Авторы предложили гипотезу, согласно которой интеллектуальные трудности связаны не столько с созданием эталонных моделей поведения субъекта идентификации, сколько с процессами их рационального обоснования и выбора наиболее предпочтительного варианта. Это предположение подчеркивает необходимость применения системного и междисциплинарного подходов к процессу создания концептуальных методов идентификации.

Информационно-описательная модель УСВИ, представленная в статье, акцентирует внимание на важности точной временной синхронизации измерений, что достигается использованием технологий GPS и других методов синхронизации. Авторы отмечают, что разработка эффективных прикладных методов идентификации стала возможной благодаря широкому применению УСВИ на цифровых подстанциях. Создание прикладных методов идентификации предлагается осуществить на основе фундаментальных исследований в области идентификации систем.

Авторы выделяют ряд актуальных проблем для детального научного анализа: проблему классификации методов идентификации объектов управления, проблему построения информационно-описательной модели УСВИ, проблему математической формализации задач параметрической идентификации для цифровых подстанций, проблему синтеза методов оценивания неизвестных параметров для цифровых подстанций.

#### Литература

1. *Жматов Д.В.* Синхронизированные векторные измерения на цифровых подстанциях // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2020): труды Тринадцатой междунар. конф. – М.: ИПУ РАН, 2020. – С. 937–942.
2. *Жматов Д.В., Гинсберг К.С.* Разработка прикладного метода параметрической идентификации преобразователей напряжений в цифровых подстанциях // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2021): труды Четырнадцатой междунар. конф. – М.: ИПУ РАН, 2021. – С. 467-474.
3. *Райбман Н.С.* Что такое идентификация? – М.: Наука, 1970. – 119 с.
4. *Сейдж Э.П.* Идентификация систем управления / Э.П. Сейдж, Д.Л. Мелса. – М.: Наука, 1974. – 246 с.
5. *Саридис Дж.* Самоорганизующиеся стохастические системы управления. – М.: Наука, 1980. – 400 с.
6. *Райбман Н.С.* Дисперсионная идентификация / В.В. Капитоненко, Ф.А. Овсепян, П.Н. Варлаки. – М.: Наука, 1981. – 336 с.
7. *Кашьяп Р.Л.* Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным / Р.Л. Кашьяп, А.П. Рао. – М.: Наука, 1983. – 383 с.

8. *Перельман И.И.* Методология выбора структуры модели при идентификации объектов управления // Автомат. и телемех. 1987. N 11. – С. 5–29.
9. *Дрейпер Н.* Прикладной регрессионный анализ: в 2-х кн. / Н. Дрейпер, Г. Смит. – М.: Финансы и статистика, 1988. Кн. 2. – 352 с.
10. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователей. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
11. *Прангишвили И.В.* Идентификация систем и задачи управления: на пути к современным системным методологиям / И.В. Прангишвили, В.А. Лотоцкий, К.С. Гинсберг, В.В. Смолянинов // Проблемы управления. 2004. N 4. – С. 2–14.
12. *Бахтадзе Н.Н.* Современные методы управления производственными процессами / Н.Н. Бахтадзе, В.А. Лотоцкий // Проблемы управления. 2009. N 3.1. – С. 56–63.
13. *Eykhoff P.* Identification theory: practical implication and limitations // Measurement. – 1984. – Vol. 2, N 2. – P. 75–85.
14. *Bakhtadze N, Yadikin I.* Analysis and Prediction of Electric Power System's Stability Based on Virtual State Estimators // Mathematics. – 2021, Vol. 9, N 24. – P. 3194.
15. *Garcia F., Fernandez A.* Parametric Identification of Wind Turbine Dynamics using Frequency Domain Methods // Renewable Energy. – 2019. – Vol. 134. – P. 235-245.
16. *Pao C.P.* Линейные статистические методы и их применения. – М.: Наука, 1968. – 548 с.
17. *Кремер Н.Ш.* Эконометрика: учебник для студентов вузов. – 3-е изд. / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 328 с.
18. *Davidson R.* Econometric Theory and Methods / R. Davidson, J.G. Mackinnon. – N.J.: Oxford University Press, 2021. – 750 p.