

# КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЭНЕРГЕТИКИ НА ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Трояновский В.М.

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия  
zicrex@gmail.com

*Аннотация.* В публикации проведен анализ влияния энергетики на объем производства остального агрегированного продукта системы в общем случае. Описаны рост экономической системы с постоянным темпом и возможность кусочно-постоянного роста на основе внедрения результатов научно-технического прогресса.

*Ключевые слова:* энергетика, ценные дроби, рост в общем случае, рост с постоянным темпом, кусочно-постоянный рост.

## Введение

Место и роль энергетики определяется тем, что она является одним из ключевых ресурсных секторов, причем сектором, обеспечивающим всю экономическую систему. В соответствии с этим понятно то внимание, которое уделяется изучению функционирования данной экономической подсистемы экономической системы любой страны. Правда, главное внимание уделяется техническим и технологическим вопросам, а также управленческим и финансовым аспектам, которые связаны с энергетикой (представление об этом дают, например, работы [1, 2]). Конечно, указанные вопросы не исчерпывают всех проблем, связанных с энергетикой.

Значение энергетики и принципиальная возможность использования ее характеристик для макроописания развития всей экономики наглядно и убедительно, причем достаточно давно, показаны в [3]. Таким положением энергетического комплекса и определяется научный интерес к нему, желание использовать этот сектор для изучения функционирования и развития экономики в целом.

За время интенсивного применения математических методов при описании и исследовании экономических процессов или явлений сложились определенные подходы к формализации задач. Оказалось, целесообразным выделять в виде отдельного сектора отрасли или группу отраслей, интересующую исследователя, и корректно агрегировать остальные отрасли в какой-то один производственный сектор или в несколько немногочисленных секторов. Примерами использования такого подхода могут служить работы [4, 5], а также более ранняя работа [6], в которой проводится подробный анализ функционирования выделенной отрасли с учетом всех связей между этой отраслью и остальной экономикой страны. В духе этих работ далее описывается одно из возможных описаний функционирования энергетики, для которого удалось найти удобный способ анализа.

## 1. Описание модели функционирования энергетики

Принципиальная схема, в соответствии с которой ведется описание взаимодействия составляющих такой экономической системы, как народное хозяйство, представлена на рис. 1.

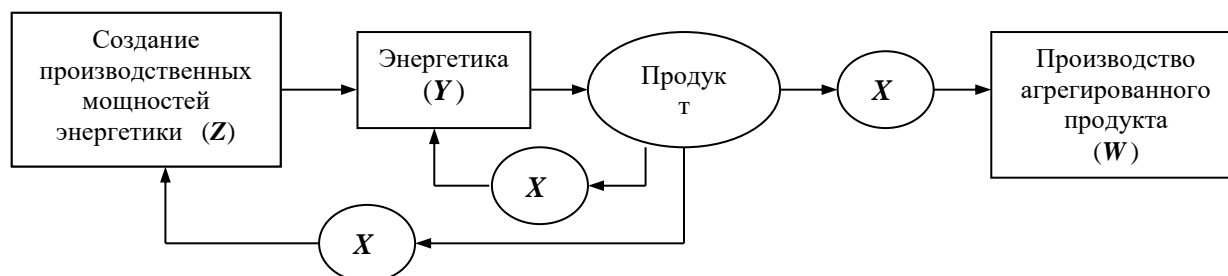


Рис. 1. Схема взаимодействия элементов системы

В этой схеме и для дальнейшего формального описания функционирования системы используются следующие обозначения.

$k = W, X, Y, Z$ ,

$t$  – текущее дискретное время,

$X(t)$  – объем производства энергии в данный момент,

$Y(t)$  – наличные производственные мощности энергетики в данный момент,

$Z(t)$  – объем пополнения энергетического сектора новыми мощностями в данный момент,  
 $W(t)$  – объем выпуска агрегированного продукта в данный момент,  
 $X_k(t)$  – объем поставок энергии, как используемого ресурса, в  $k$ -ый сектор в данный момент,  
 $\alpha_k$  – коэффициент пропорциональности между затратами энергии и объемом выпуска в  $k$ -ом секторе, этот коэффициент задает технологию производства,  
 $\gamma_k(t)$  – доля энергии, поставляемой в  $k$ -ый сектор в данный момент,  
 $\mu$  – доля мощностей предыдущего периода, остающаяся в эксплуатации в следующем периоде,  
 $\varphi(t)$  – отношение объема мощностей в секторе энергетики к объему производства этого сектора в момент  $t$ ,  
 $\psi$  – отношение того объема энергии, которое необходимо для полной загрузки мощностей энергетического сектора, к величине этих мощностей.

Формальное описание функционирования системы, с учетом того, что такой ресурс, как энергия, является нескладируемым, и загрузка мощностей энергетического сектора является полной, дается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}
 X(t+1) &= \alpha_x Y(t); & X(t) &= X_w(t) + X_Y(t) + X_Z(t); & Z(t+1) &= \alpha_z X_Z(t); & X_k(t) &= \gamma_k(t) X(t); \\
 Y(t+1) &= \mu Y(t) + Z(t+1); & W(t+1) &= \alpha_w X_w(t); & X_Y(t) &= \psi Y(t); & Y(t) &= \varphi(t) X(t).
 \end{aligned}$$

Можно заметить, что фактически поведение модели зависит от выбора единственной величины:  $\gamma_Z(t)$ , т.к. потребность в энергии для собственных нужд определяется по величине мощностей сектора энергетики (если хотим загружать их полностью), а на нужды производства агрегированного продукта уходит то, что остается после раздачи энергии энергетикам и производителям мощностей для них. Этот факт будет еще лучше виден при формальном выписывании объемов производства интегрированного продукта.

## 2. Определение объёма выпуска интегрированного продукта

К сожалению, как сейчас это станет видно, получающаяся зависимость объёма выпуска интересующего нас продукта от времени оказывается слишком громоздкой и плохо структурированной.

После понятных преобразований, из выписанных выше уравнений можно получить

$$\begin{aligned}
 W(t+1) &= \alpha W X W(t) = \alpha W(X(t) - X Y(t) - X Z(t)) = \\
 &= \alpha W(-\psi Y(t) + X(t) - \gamma Z(t) X(t)) = \alpha W(-\psi Y(t) + (1 - \gamma Z(t)) X(t)).
 \end{aligned}$$

Аналогично найдем для двух следующих моментов получается:

$$\begin{aligned}
 W(t+2) &= \alpha W((\alpha X(1 - \gamma Z(t+1)) - \psi \mu) Y(t) - \alpha Z \psi \gamma Z(t) X(t)); \\
 W(t+3) &= \alpha W((\alpha X \mu(1 - \gamma Z(t+2)) - \psi \mu^2 - \alpha X \alpha Z \psi \gamma Z(t+1)) Y(t) + \\
 &\quad + \alpha Z \gamma Z(t)(\alpha X(1 - \gamma Z(t+2)) - \psi \mu) X(t)).
 \end{aligned}$$

Уже для следующего момента  $t+4$  выражение  $W(t+4)$  занимает три строки, которые становятся совершенно необозримыми. В целом, приведенных выражений достаточно для того, чтобы увидеть, насколько неудобно прямое представление объема выпуска конечного продукта. Единственная польза от проделанной работы в том, что видна зависимость выпуска конечного продукта только от доли ресурса (энергии), выделяемой на собственное развитие энергетического сектора (т.е. от  $\gamma_Z(t)$  при соответствующих значениях  $t$ ).

Более удобным оказывается другое представление интересующей нас величины агрегированного продукта. Поскольку  $Y(t) = \varphi(t) X(t)$  и  $Y(t) = \mu Y(t-1) + Z(t)$ , можно получить, пользуясь приведенными выше исходными уравнениями,  $\mu Y(t-1) + \alpha_z \gamma_Z(t-1) X(t-1) = \varphi(t) \alpha_x Y(t-1)$ , что дает следующее представление:

$$\varphi(t) = \frac{\mu}{\alpha_x} + \frac{\alpha_z \gamma_Z(t-1)}{\alpha_x \varphi(t-1)} = \frac{\mu}{\alpha_x} + \frac{\alpha_z \gamma_Z(t-1)}{\mu + \frac{\alpha_z \gamma_Z(t-2)}{\varphi(t-2)}} = \frac{\mu}{\alpha_x} + \frac{\alpha_z \gamma_Z(t-1)}{\mu + \frac{\mu}{\frac{\mu}{\alpha_x} + \frac{\alpha_z \gamma_Z(t-3)}{\alpha_x \varphi(t-3)}}} = \dots$$

Многоточие после последнего знака равенства означает, что указанный процесс может быть продолжен до тех пор, пока мы не достигнем начального момента. Получающееся выражение представляет собой цепную дробь. Такие дроби подробно описаны в [7].

Использование цепных дробей для представления объема выпуска конечного продукта оказалось удобным. Во-первых, такое представление обозримо. Во-вторых, просто организовать расчет как величин  $\varphi(t)$ , изменяющихся лишь вместе с  $\gamma_Z(t)$ , так и объемов конечного потребления  $W(t)$ . В результате несложных прямых преобразований для момента  $t + n + 1$ , считая момент  $t$  начальным, имеем:

$$\begin{aligned} W(t + n + 1) &= \alpha W X W(t + n) = \alpha W [X(t + n) - XY(t + n) - XZ(t + n)] = \\ &= \alpha W [\alpha X Y(t + n - 1) - \psi Y(t + n) - \gamma Z(t + n) X(t + n)] = \\ &= \alpha W [\alpha X \varphi(t + n - 1) X(t + n - 1) - \psi \varphi(t + n) X(t + n) - \gamma Z(t + n) X(t + n)] = \\ &= \alpha W \{ \alpha X \varphi(t + n - 1) X(t + n - 1) - [\psi \varphi(t + n) + \gamma Z(t + n)] \alpha X Y(t + n - 1) \} = \\ &= \alpha W \{ \alpha X \varphi(t + n - 1) X(t + n - 1) - [\psi \varphi(t + n) + \gamma Z(t + n)] \alpha X \varphi(t + n - 1) X(t + n - 1) \} = \\ &= \alpha W \alpha X \varphi(t + n - 1) X(t + n - 1) [1 - \psi \varphi(t + n) - \gamma Z(t + n)] = \\ &= \alpha W \alpha X [1 - \psi \varphi(t + n) - \gamma Z(t + n)] \varphi(t + n - 1) \alpha X Y(t + n - 2) = \\ &= \alpha_W \alpha_X^2 [1 - \psi \varphi(t + n) - \gamma_Z(t + n)] \varphi(t + n - 1) \varphi(t + n - 2) X(t + n - 2) = \\ &= \alpha_W \alpha_X^2 [1 - \psi \varphi(t + n) - \gamma_Z(t + n)] \varphi(t + n - 1) \varphi(t + n - 2) \alpha_X Y(t + n - 3) = \\ &= \alpha_W \alpha_X^3 [1 - \psi \varphi(t + n) - \gamma_Z(t + n)] \varphi(t + n - 1) \varphi(t + n - 2) \varphi(t + n - 3) X(t + n - 3) = \dots \end{aligned}$$

Многоточие после последнего знака равенства означает выполнение необходимого числа шагов. В итоге получаем соотношение для расчета искомой величины конечного потребления:

$$W(t + n + 1) = \alpha_W \alpha_X^n (1 - \gamma_Z(t + n) - \psi \varphi(t + n)) \prod_{m=0}^{n-1} \varphi(t + m) \cdot X(t).$$

Полученное выражение можно представить в следующем виде:

$$W(t + n + 1) = - \left[ \alpha_W \alpha_X^n X(t) \prod_{m=0}^{n-1} \varphi(t + m) \right] \gamma_Z(t + n) + \left[ \alpha_W \alpha_X^n X(t) \prod_{m=0}^{n-1} \varphi(t + m) \right] [1 - \psi \varphi(t + n)],$$

т.е. можно представить как  $W(t + n + 1) = -A \gamma_Z(t + n) + B$ , где  $A$  – первая из квадратных скобок,  $B$  – произведение второй и третьей квадратных скобок. Из цепочки преобразований

$$Y(t) = \varphi(t) X(t) > \varphi(t) X Y(t) = \varphi(t) \psi Y(t)$$

получаем, что всегда  $\psi < 1$ . Значит, при получившихся  $A, B$  ( $A > B > 0$ ) из условия  $W > 0$  вытекает соотношение  $\gamma_Z \in (0; 1)$  т.е.  $\gamma_Z$  – допустимое. Верно и обратное. Следовательно, формально приемлемая траектория роста агрегированного продукта  $W(t)$  может существовать.

### 3. Использование модели для анализа функционирования экономической системы

Рассмотрим применение описанной модели.

Простейшей является ситуация роста с постоянным темпом, когда  $Y(t+1) = cY(t)$ . В таком случае получается  $X(t + 2) = \alpha_X Y(t + 1) = \alpha_X c Y(t)$ ;  $X(t + 1) = \alpha_X Y(t)$  т.е. фактически имеем  $X(t+1) = cX(t)$ . Естественно считать, что  $c > 1$ , т.е. объемы выпусков растут. В таком случае, при  $c = \text{const}$ , получается, что  $\varphi(t + 1) = Y(t + 1) / X(t + 1) = cY(t) / cX(t) = \varphi(t) = \text{const}$ , а это влечет постоянство  $\gamma_Z(t)$ , что следует из представления  $\varphi(t)$  в виде цепной дроби.

Получается, что  $Y(t) = Y_0 c^t$ ,  $X(t) = X_0 c^t$ ,  $X(t + 1) = \alpha_X Y_0 c^t = c X_0 c^t = c Y_0 c^t / \varphi_0$ , откуда находим, что  $c = \alpha_X \varphi_0$ . Индекс ноль в приведенной записи показывает, что соответствующие значения берутся в начальный момент. Для обеспечения такого роста необходимо выбирать вполне определенную величину  $\gamma_Z$ . Поскольку  $Y(t) = Y_0 c^t = \mu Y_0 c^{t-1} + \alpha_Z \gamma_Z X_0 c^{t-1}$ , т.е.  $\varphi_0 X_0 c^t = \mu \varphi_0 X_0 c^{t-1} + \alpha_Z \gamma_Z X_0 c^{t-1}$ , получаем  $\gamma_Z = \varphi_0 (c - \mu) / \alpha_Z = \varphi_0 (\alpha_X \varphi_0 - \mu) / \alpha_Z$ .

С тем же темпом растет и объем ресурса  $X_W(t) = X(t) - X_Y(t) - X_Z(t)$ , направляемого на производство конечного продукта, поэтому находим следующее значение выпуска агрегированного продукта

$$W(t) = \alpha_W X_0 \left( 1 - \frac{\varphi_0(\alpha_X \varphi_0 - \mu)}{\alpha_Z} - \varphi_0 \psi \right) (\alpha_X \varphi_0)^{t-1}.$$

В расширяющейся экономике  $c = \alpha_X \varphi_0 > 0$ , для чего необходимо иметь определенное значение  $\varphi_0$  (остальные величины – связаны с технологией, т.е. фиксированы). В силу этого должно быть

$$\frac{\varphi_0(\alpha_X \varphi_0 - \mu)}{\alpha_Z} + \varphi_0 \psi < 1,$$

что приводит к соотношению

$$\alpha_X \varphi_0^2 + (\alpha_Z \psi - \mu) \varphi_0 - \alpha_Z < 0.$$

Это неравенство выполняется, если

$$\varphi_0 < \frac{-(\alpha_Z \psi - \mu) + \sqrt{(\alpha_Z \psi - \mu)^2 + 4\alpha_X \alpha_Z}}{2\alpha_X}.$$

В случае невыполнения последнего неравенства приходится уменьшать использование мощностей сектора энергетики, а главное, уменьшать рост этих мощностей. Подобная неприятность вполне возможна, если возникает перекоп в развитии экономики, и идет бурный рост только энергетического сектора (в совокупности с необходимым обеспечивающим производством). Особую остроту этой неприятности придают два обстоятельства. Во-первых, приходится отказываться от использования части уже имеющихся производственных мощностей. Это означает омертвление капитала и негативные социальные последствия, т.к. какое-то время трудовые ресурсы уже использовались на ранее созданных мощностях. Во-вторых, необходимая структурная перестройка, связанная с уменьшением величины мощностей энергетики, означает уменьшение объема производства энергии, и не очевидно, что такое уменьшение будет проходить безболезненно для сектора производства конечного продукта (хотя делается такая перестройка в интересах именно этого сектора).

Есть еще один существенный момент, связанный с развитием в режиме  $c^t$ . Необходимые трудовые ресурсы вполне могут расти с другим темпом. В отсутствии полной занятости темп роста экономики может быть выше темпа роста трудовых ресурсов, но при полной занятости и неизменности технологий такой вариант невозможен. Поскольку  $c = \alpha_X \varphi_0$ , то получается, что при полной занятости величина  $\varphi_0$  должна быть вполне определенной, а с ней вполне определенной должна быть и величина производства конечного продукта.

Для разрешения возможных противоречий, для устранения нежелательных перекопов и ограничений есть общеизвестный способ действий: интенсивное внедрение результатов научно-технического прогресса. Развитие экономики в условиях технического прогресса требует отдельного рассмотрения, поскольку этот вопрос является и достаточно важным, и достаточно сложным. Сразу, используя полученное выше представление для объема производства конечного продукта при неизменных технологиях, можно проанализировать ситуацию «кусочно-постоянного» роста, т.е. ситуацию роста с одномоментной скачкообразной сменой технологий и неизменными технологиями на некотором последующем временном интервале. Достаточно подробно такой режим функционирования был проанализирован в [8].

Влияние научно-технического прогресса проявляется, в частности, следующим образом. Как это сразу видно,  $(\partial W / \partial \alpha_W) > 0$ . И технологические усовершенствования, направленные на уменьшение потребления энергии самим энергетическим комплексом, также ведут к росту объемов выпусков конечного продукта, поскольку  $(\partial W / \partial \psi) < 0$ . Точно также, увеличение эффективности работы энергетического комплекса благотворно сказывается на конечном результате. Это видно из того, что

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha_X} = \alpha_W X_0 \left[ \frac{\alpha_X \varphi_0^3}{\alpha_Z} + (t-1) \left( 1 - \frac{\varphi_0(\alpha_X \varphi_0 - \mu)}{\alpha_Z} - \varphi_0 \psi \right) \right] (\alpha_X \varphi_0)^{t-2} > 0.$$

Улучшение в отраслях, создающих мощности энергетического комплекса, позволяет увеличить выпуск агрегированного продукта, поскольку в расширяющейся экономике  $\alpha_X \varphi_0 \geq 1 > \mu$ , а поэтому

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha_Z} = \frac{\alpha_W \varphi_0 (\alpha_X \varphi_0 - \mu) X_0}{\alpha_Z^2} (\alpha_X \varphi_0)^{t-1} > 0.$$

В итоге становится видно влияние тех или иных технических усовершенствований, и это оказывается полезным, т.к. появляется возможность увидеть степень влияния этих

усовершенствований в различных областях, позволяет выделить приоритетные направления развития технического прогресса.

#### 4. Заключение

В данной публикации рассмотрен ограниченный круг вопросов, связанных с модельным описанием влияния энергетики на функционирование всей экономической системы. Тем не менее, для осуществления необходимого анализа этого влияния вместо прямого выписывания конечных зависимостей потребовался не стандартный подход, а именно использование такого математического инструмента как цепные дроби. В результате оказалось возможным достаточно просто и наглядно описывать развитие экономики. Таким образом, появляется плацдарм для развития последующих исследований.

#### Литература

1. *Melsa Ararat, Stijn Claessens, B. Burcin Yurtoglu.* Corporate governance in emerging markets: A selective review and an agenda for future research // *Emerging Markets Review.* – 2021. – Vol. 48, 100767.
2. Системные исследования в энергетике: энергетический переход / Под ред. Н.И. Воропая и А.А. Макарова. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2021. – 594 с.
3. *Хачатуров В.Р.* Развитие энергетики и пути устойчивого развития мира. – М.: Нефть и газ, 1997. – 57 с.
4. *Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А.* Опыт математического моделирования экономики. – М.: ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ, 1996. – 544 с.
5. *Краснощеков П.С., Петров А.А.* Принципы построения моделей. – М.: Изд-во МГУ, 2000. – 264 с.
6. *Федосеев А.В.* Оптимальное управление в трехсекторной модели экономики слаборазвитой страны. *ЖВМ и МФ*, 1972, т.12, № 4, – С. 925–942.
7. *Хинчин А.Я.* Цепные дроби. – М.: ГИФМЛ, 1960, – 112 с.
8. *Трояновский В.М.* Элементы математического моделирования в макроэкономике. – М.: РДЛ, 2003, – 190 с.