

# ДОСТИЖЕНИЕ ЗАДАННОЙ СКОРОСТИ В АЛГОРИТМЕ СТАЙНОГО УПРАВЛЕНИЯ ГРУППОЙ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ

Ефремов А.Ю.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия  
andre@ipu.ru

*Аннотация. Исследуются особенности предложенного алгоритма стайного управления к части обеспечения заданной скорости стаи в предположении, что предварительно стая достаточно выровнена. Определен режим поддержания заданной скорости стаи в свободном пространстве при отсутствии внешних возмущений.*

*Ключевые слова: стайная робототехника, заданная скорость стаи.*

## Введение

Наблюдение за стаями в природе и их исследование привело в последние десятилетия к созданию нового раздела робототехники, а именно стайной робототехники. Каждый из роботов довольно прост и имеет довольно небольшие возможности по сравнению со сложностью всей системы, которую они образуют. Таким образом, стаи воплощают необычную концепцию сложной системы, состоящей из простых компонентов, которые взаимодействуют на основе простых правил. Понимание того, как суммирование простых поведений приводит к появлению качественно новых характеристик на уровне стаи, которые невозможно понять по его частям, - это самая интригующая проблема стайной робототехники [1].

Алгоритмы движения стай изучались во многих работах, начиная с классической работы К. Рейнольдса [2]. Наиболее часто применяется подход, базирующийся на попарном взаимодействии между роботами. При этом каждый робот имеет полную информацию о своих соседях и препятствиях в пределах заданной окружности. Также в большинстве работ роботы представлены точечными агентами и не имеют ограничений по маневрированию.

В работе [3] была рассмотрена задача агрегации группы мобильных роботов в свободном пространстве. Ее можно рассматривать как первый этап объединения отдельных роботов в стаю. Был предложен алгоритм стайного управления, основанный на метрико-топологическом подходе, в предположении, что существуют ограничения на маневрирование. При этом каждый робот имеет информацию только о положении и курсе ближайших соседей, дополнительная информация, такая как групповая цель, у него отсутствует. В результате предложенного в [3] подхода мы имеем связную и достаточно выровненную стаю, т.е. согласованность движения стаи по направлению больше некоторого заданного значения. Данная работа продолжает исследования предложенной модели.

## 1. Постановка задачи и математическая модель

### 1.1. Исходная математическая модель

Стая состоит из  $N$  однородных мобильных роботов, расположенных в одной плоскости. Дискретное уравнение первого порядка описывает движение каждого робота в стае:

$$r_i(k+1) = r_i(k) + u_i(k)\Delta t, \quad (1)$$

где  $i$  – номер робота,  $k$  – номер шага (в дальнейшем может не указываться),  $r_i(k)$  – вектор координат робота  $i$ ,  $u_i(k)$  – управляющее воздействие или желаемый вектор скорости робота  $i$ ,  $\Delta t$  – шаг времени.

В данной работе рассматривается движение стаи в свободном от препятствий пространстве, поэтому в алгоритме учитывается только взаимное влияние роботов в стае, ограниченное максимальным расстоянием  $R_{max}$ .

При оценке влияния используются зоны отталкивания, выравнивания и притяжения, параметр модели  $D$  определяет желаемое расстояние между соседними роботами и задает границу между зонами отталкивания и притяжения. Суммарное влияние описывается следующим образом:

$$\tilde{v}_{ij} = \sum_{b \in B} \alpha_{ij}^b \tilde{v}_{ij}^b / \sum_{b \in B} \alpha_{ij}^b, \quad (2)$$

$$\tilde{\vartheta}_{ij} = \arctg \left( \sum_{b \in B} \alpha_{ij}^b \sin \tilde{\vartheta}_{ij}^b / \sum_{b \in B} \alpha_{ij}^b \cos \tilde{\vartheta}_{ij}^b \right), \quad (3)$$

где  $B$  – множество моделей поведения (отталкивание, выравнивание, притяжение),  $\tilde{v}_{ij}^b, \tilde{\vartheta}_{ij}^b, \alpha_{ij}^b$  – модуль и направление желаемой скорости робота  $i$  относительно робота  $j$  и весовые коэффициенты для данных моделей поведения,  $\tilde{v}_i, \tilde{\vartheta}_i$  – модуль и направление желаемой скорости робота  $i$  относительно робота  $j$ .

Взаимное расположение роботов относительно друг друга влияет на выбор желаемой скорости робота  $i$  относительно робота  $j$ . Для разных моделей поведения она определяется следующим образом:

Таблица 1. Взаимное влияние объектов

Модели поведения ( $b$ )	Положение объекта $j$ относительно объекта $i$	Вектор желаемой скорости объекта $i$	
		Модуль	Направление
Отталкивание	Впереди	Минимум	От объекта $j$ к объекту $i$
	Сзади	Максимум	
Выравнивание	Любое	Как у объекта $j$	Как у объекта $j$
Притяжение	Впереди	Максимум	От объекта $i$ к объекту $j$
	Сзади	Минимум	

В предложенной модели используется метрико-топологический подход, когда на робота влияют только его ближайшие соседи, расположенные внутри окружности радиуса  $R_{max}$ . При помощи коэффициентов  $\beta_{ij}$ , задается влияние роботов друг на друга в зависимости от расстояния между ними. Множество индексов ближайших соседей  $\sigma_i(k)$  робота  $i$ , включая его самого, является динамическим и вычисляется на каждом шаге. В итоге, желаемая скорость  $\tilde{u}_i(k)$  есть суммарное воздействие всех роботов из множества  $\sigma_i(k)$  с учетом коэффициентов  $\beta_{ij}$ :

$$\tilde{u}_i = \tilde{v}_i \begin{pmatrix} \cos \tilde{\vartheta}_i \\ \sin \tilde{\vartheta}_i \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\tilde{v}_i = \sum_{j \in \sigma_i(k)} \beta_{ij} \tilde{v}_{ij} / \sum_{j \in \sigma_i(k)} \beta_{ij}, \quad (5)$$

$$\tilde{\vartheta}_i = \arctg \left( \sum_{j \in \sigma_i(k)} \beta_{ij} \sin \tilde{\vartheta}_{ij} / \sum_{j \in \sigma_i(k)} \beta_{ij} \cos \tilde{\vartheta}_{ij} \right), \quad (6)$$

где  $\tilde{v}_{ij}, \tilde{\vartheta}_{ij}$  – модуль и направление желаемой скорости робота  $i$  относительно робота  $j$ ,  $\tilde{v}_i, \tilde{\vartheta}_i$  – модуль и направление желаемой скорости  $\tilde{u}_i$ .

В данной модели введены ограничения на маневрирование, а именно, минимальная  $V_{min}$  и максимальная  $V_{max}$  линейные скорости, максимальное ускорение  $W_{max}$  и максимальная угловая скорость  $\omega_{max}$ .

Желаемая скорость  $u_i$  в модели (1) определяется с учетом этих ограничений (7), где функция  $f$  преобразует желаемое управляющее воздействие в допустимое:

$$u_i = f(\tilde{u}_i, V_{min}, V_{max}, \omega_{max}, W_{max}). \quad (7)$$

В дальнейшем также используются такие параметры как габариты робота  $S$ , безопасное расстояние  $D_s$  и дальность связи  $R_{max}$ .

Более подробное описание модели приведено в работе [3].

## 1.2. Оценка поведения стаи

Для оценки безопасности рассчитывается минимальное расстояние между роботами в стае на каждом шаге  $k$  (8):

$$R_{min}(k) = \min_{i \neq j} (||r_i(k) - r_j(k)|| - S). \quad (8)$$

Для оценки согласованности движения стаи по направлению использовался параметр групповой поляризации (9):

$$p_g(k) = |\sum_{j=1}^N v_j(k)| / N, \quad (9)$$

где  $v_j(k)$  – вектор скорости робота  $j$  на шаге  $k$ . Показатель групповой поляризации лежит в интервале от 0 до 1 и по мере выравнивания стаи стремится к 1.

Также полезно оценивать групповой момент, который измеряет степень вращения стаи вокруг ее центра (10):

$$m_g(k) = |\sum_{j=1}^N r_{jc}(k) \times v_j(k)| / N, \quad (10)$$

где

$$r_{ic}(k) = r_i(k) - \sum_{j=1}^N r_j(k) / N. \quad (11)$$

Групповой момент стремится к нулю по мере того, как стая находит некоторое равновесное состояние внутри себя, т.е. прекращаются перемещения внутри стаи, естественно при условии отсутствия внешних возмущений.

Линейная скорость движения стаи рассчитывается как средняя скорость всех роботов (12):

$$v_c(k) = \sum_{j=1}^N |v_j(k)| / N. \quad (12)$$

В докладе будет рассмотрен вопрос достижения стаей заданного значения ее линейной скорости. В дальнейшем будем называть ее крейсерской скоростью.

### 1.3. Постановка задачи

В предлагаемом исследовании будет рассмотрена задача достижения стаей заданной скорости в рамках предложенной в [3] модели. При этом начальное расположение роботов в стае удовлетворяет требованиями, сформулированными в [3] для желаемой стаи. То есть здесь стая, на начальный момент времени, является связанной, курсы роботов выровнены в достаточной степени и выдерживается безопасное расстояние. Таким образом, предполагается такое начальное расположение, которое не требует проведения сложных маневров для избегания столкновений при дальнейшем формировании стаи.

Начальная линейная скорость лежит в интервале от  $V_{min} > 0$  до  $V_{max}$ , начальные ускорение и угловая скорость равны нулю. Безопасное расстояние  $D_s > 0$ .

Предлагаемое исследование ставит своей целью оценить возможные варианты достижения стаей крейсерской скорости в свободном пространстве, т.е. без внешних возмущений. Вначале будет проанализировано поведение приведенной выше исходной модели, а в дальнейшем предложены некоторые ее модификации.

## 2. Достижение заданной скорости

### 2.1. Исходная модель

Если рассматривать свободное движение стаи в соответствии с моделью, описанной в разделе 1, то можно заметить, что в ней нет задания целевой точки и внешних возмущений, например, препятствий, и нигде не используется параметр, характеризующий крейсерскую скорость. Такая стая постепенно приходит в некоторое равновесное состояние, т.е. прекращаются перемещения внутри стаи. Такое состояние характеризуется тем, что групповая поляризация (9) равна единице (стая согласована) и групповой момент (10) равен нулю. При этом расстояние от робота до его ближайших соседей близко к желаемому только в среднем, но не для всех соседей. В этом отличие данной модели от моделей построения формаций.

Интересно, что не только средняя скорость стаи сходится к некоторому значению, но и скорости всех роботов в стае также сходятся к этому значению. Причем это значение не зависит ни от числа роботов в стае, ни от начальных условий, ни от параметров модели, а зависит только от минимальной и максимальной скорости роботов и равно средней скорости робота, т.е.  $(V_{min} + V_{max})/2$ . Данный эффект объясняется взаимным влиянием роботов, представленным в таблице 1, где желаемая линейная скорость для моделей поведения отталкивание и притяжение равна или максимальной, или минимальной скоростям.

На рис.1а-с показан пример движения стаи из 10 роботов у которых  $V_{min} = 1, V_{max} = 8$ . Скорости всех роботов сходятся к значению 4.5.

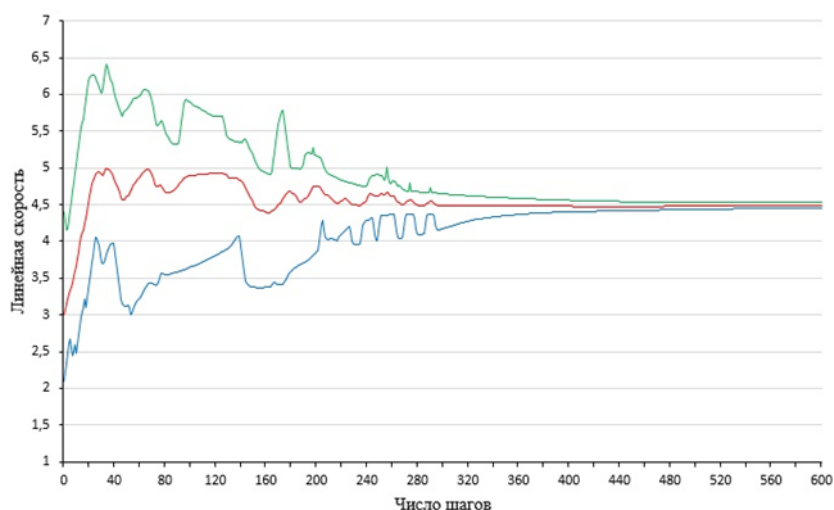


Рис. 1а. Линейная скорость роботов в стае (зеленая – максимальная, красная – средняя, синяя – минимальная) для исходной модели

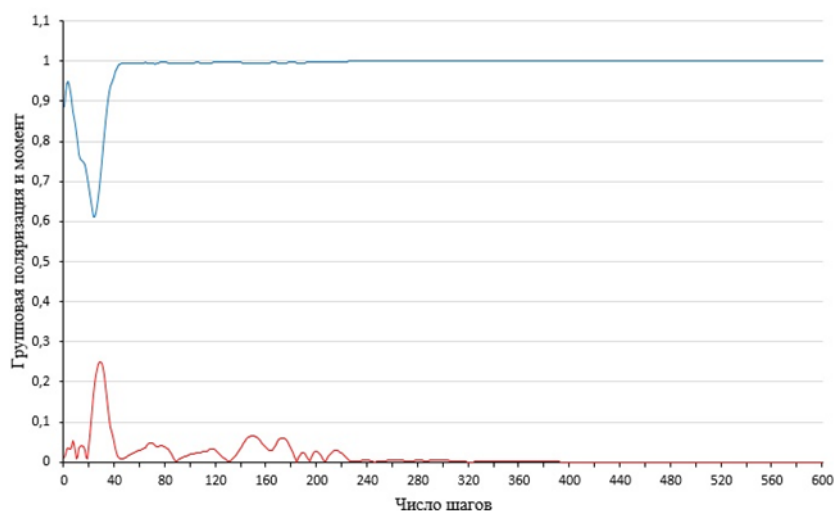


Рис. 1б. Групповая поляризация (синий) и групповой момент (красный) для исходной модели

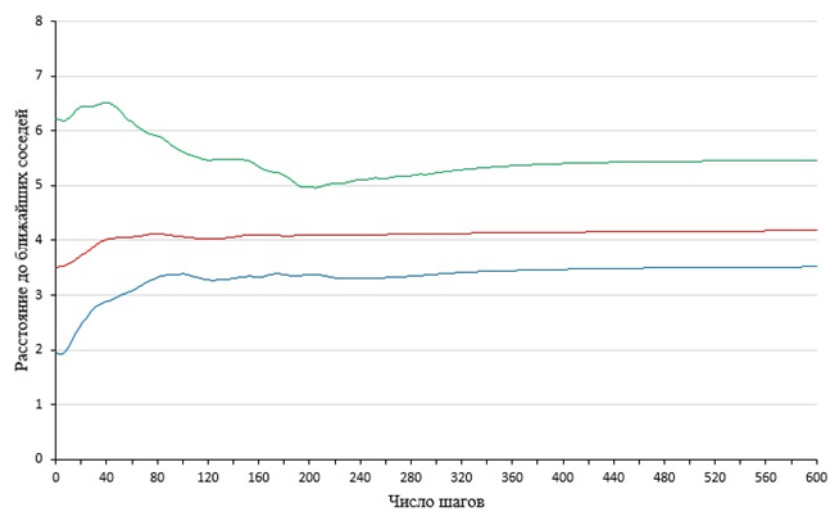


Рис. 1с. Расстояние до ближайших соседей в долях безопасного расстояния (зеленый – максимальное, красный – среднее, синий – минимальное) для исходной модели

В данном примере желаемое расстояние было выбрано равным 100, безопасное расстояние равным 25. Таким образом, в среднем, расстояние до ближайших соседей близко к 4.

## 2.2. Исходная модель с виртуальными объектами

Исходная модель может быть дополнена введением виртуальных объектов, такими как целевая точка притяжения и виртуальный указатель скорости. Целевая точка имеет только одну модель поведения – притяжение, ей приписывается вектор скорости, равный по модулю крейсерской скорости  $V_{cr}$  и с направлением от робота к данной целевой точке. Виртуальный указатель скорости задает направление движения и также имеет только одну модель поведения – выравнивание. Ему также приписывается вектор скорости, равный по модулю заданной крейсерской скорости, и при этом задается желаемое направление. Это другой способ задать движение стаи к целевой точке, характеризующийся лучшим показателем согласованности (9). Также отметим, что для всех виртуальных объектов функция  $\beta(x)$  постоянна, т.е. не зависит от расстояния. Более подробно об этом можно ознакомиться в работе [4], где исследуется возможность применения таких виртуальных объектов в предложенном алгоритме стайного управления при выполнении маневров.

Исследование показало, что введение в модель таких виртуальных объектов приводит к тому, что линейная скорость стаи сходится к другому значению в интервале от заданной крейсерской скорости до средней скорости робота. Конкретное значение зависит от выбранного для виртуального объекта значения  $\beta(x)=const$ .

## 2.3. Корректировка исходной модели

Описанное в таблице 1 взаимное влияние объектов приводит к тому, что значения скорости всех роботов в стае сходятся к значению  $(V_{min} + V_{max})/2$ . Задание желаемой линейной скорости для моделей поведения отталкивание и притяжение равной  $V_{min}$  или  $V_{max}$ , обусловлено необходимостью избегать столкновений. Однако для ситуаций, когда стая достаточно выровненная, т.е. групповая поляризация близка к единице и при отсутствии внешних возмущений имеется возможность изменить значения желаемой линейной скорости для всех моделей поведения и выбрать ее равной  $V_{cr}$ . Назовем такой вариант режимом выдерживания крейсерской скорости.

На рис.2а-с показан пример движения той же стаи из 10 роботов, как в разделе 2.1. На интервалах от 120 до 180 шагов, от 360 до 420 шагов и от 460 до 520 шагов включается режим выдерживания крейсерской скорости. Для первого и третьего диапазона крейсерская скорость равна 3, а для второго диапазона равна 5.5.

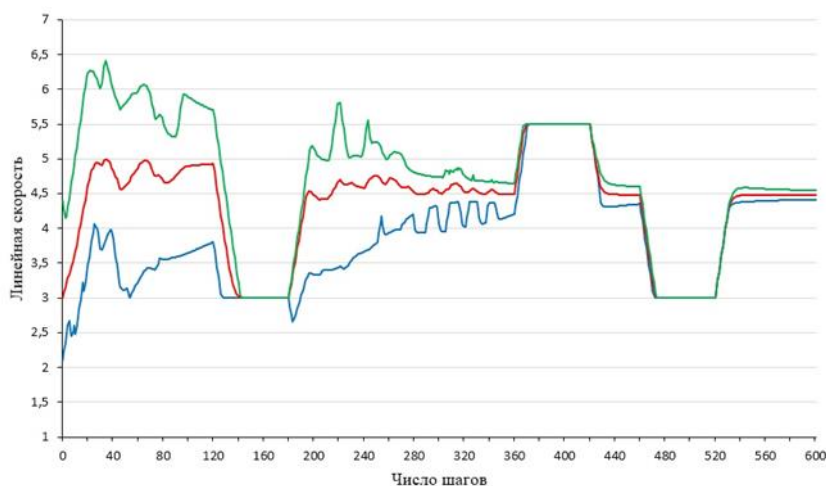


Рис. 2а. Линейная скорость роботов в стае (зеленая – максимальная, красная – средняя, синяя – минимальная) для скорректированной исходной модели

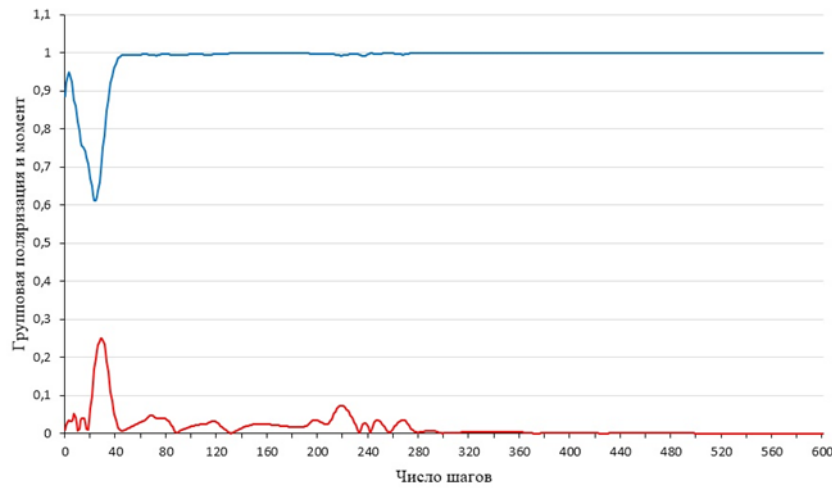


Рис. 2б. Групповая поляризация (синий) и групповой момент (красный) для скорректированной исходной модели

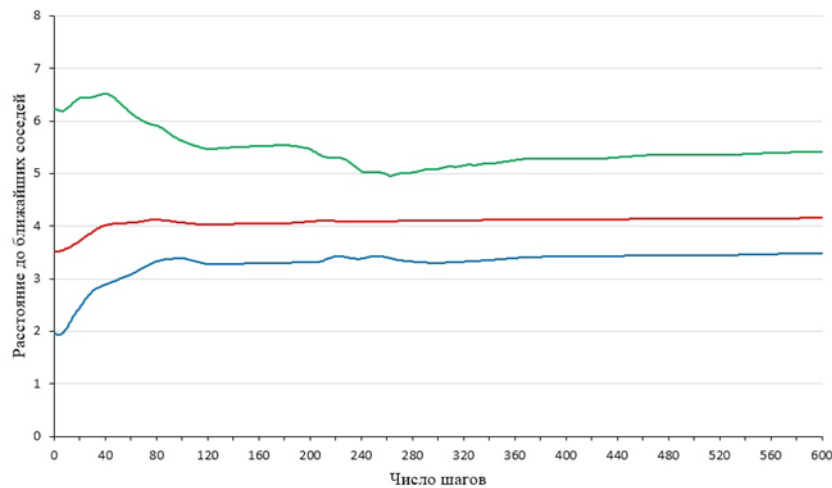


Рис. 2с. Расстояние до ближайших соседей в долях безопасного расстояния (зеленый – максимальное, красный – среднее, синий – минимальное) для скорректированной исходной модели

Моделирование показывает, что такая корректировка модели позволяет выдерживать заданную крейсерскую скорость сохраняя выровненность стаи и выдерживая безопасное расстояние. Причем это справедливо как для случая, когда стая уже вошла в равновесное состояние (диапазоны шагов два и три), так и для случая неравновесного состояния (первый диапазон шагов).

Такая скорректированная модель может быть дополнена введением виртуальных объектов, описанных в разделе 2.2. Причем здесь значение  $\beta(x)$  для таких объектов может быть выбрано любым, а не доминирующим. Как легко заметить, введение таких виртуальных объектов только помогает поддерживать желаемую скорость стаи.

### 3. Заключение

Исследование исходной модели показало, что при отсутствии целевой точки и внешних возмущений, стая постепенно приходит в некоторое равновесное состояние, в котором прекращаются перемещения внутри стаи, а линейная скорость всех роботов сходится к средней скорости робота  $(V_{min} + V_{max})/2$ . Время, необходимое для достижения такого состояния зависит от начальных условий и параметров модели и может быть достаточно большим. Задать же желаемую линейную скорость стаи в рамках исходной модели возможности нет.

В реальности обычно стая роботов движется не случайным образом, а к некоторой заданной целевой точке. Для этого в модель обычно вводятся виртуальные объекты: целевая точка или виртуальный указатель скорости с направлением на целевую точку. В качестве одного из параметров такого виртуального объекта и задается желаемая скорость стаи. Однако значение линейной скорости

стаи сходятся не к желаемому значению, а к некоторому промежуточному значению в интервале от заданной крейсерской скорости до средней скорости робота. Оно зависит от выбранного для виртуального объекта значения  $\beta(x)$ . Достижение заданной крейсерской скорости возможно только при выборе достаточно большого значения  $\beta(x)$ , которое приводит к доминированию влияния виртуального объекта над влиянием соседей.

Альтернативным подходом является корректировка исходной модели путем изменения значения желаемой линейной скорости для всех моделей поведения (таблица 1) на значение крейсерской скорости позволяет обеспечить желаемую скорость стаи. Что справедливо как для случая использования виртуальных объектов, так и без них. Это можно рассматривать как некоторый режим для движения стаи в свободном пространстве к целевой точке, пока отсутствуют внешние возмущения. При появлении внешних возмущений такой режим переключается на стандартный, т.е. без поддержания крейсерской скорости, но обеспечивающий необходимую безопасность.

## Литература

1. *Hatann H.* Swarm Robotics: A Formal Approach. – Springer, 2018. – 210 с.
2. *Reynolds C.W.* Flocks, Herds and Schools: a Distributed Behavioral Model // Computer Graphics. – 1987. – Vol. 21, N 4. – P.25–34.
3. *Ефремов А.Ю.* Анализ агрегационного поведения мобильных роботов в алгоритме стайного управления при естественных ограничениях // Проблемы управления. 2024. N 1. – С. 79–89.
4. *Ефремов А.Ю.* Использование виртуальных объектов для маневрирования в алгоритме стайного управления группой мобильных роботов // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2022): труды 15-й междунар. конф. М.: ИПУ РАН, 2022. – С. 769-779