

К ВОПРОСУ ПОДХОДОВ К МОДЕЛИРОВАНИЮ НАРПЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ШАРНИРНОГО СОЕДИНЕНИЯ

Титов Е.И., Серебрянский С.А.

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет),

Москва, Россия

titovei@mai.ru, s-s-alex@mail.ru

Аннотация. Точность моделирования напряжённо-деформированного состояния конструкции, анализа его поведения под действием внешних нагрузок и оценки конструкционной прочности изделия являются наиболее значимыми вопросами на данный момент развития науки и техники. В данной работе рассматриваются подходы к моделированию слабого звена как элемента сложной конструкции шарнирного соединения, и проводится сравнительная оценка точности рассматриваемых методик.

Ключевые слова: математическое моделирование, шарнирное соединение, слабое звено, метод конечных элементов, диаграмма напряжённо-деформированного состояния.

Введение

Анализ напряжённо-деформированного состояния (НДС) конструкции является основной задачей при проектировании конструкции любого агрегата самолёта с использованием цифровых технологий [1]. Требование к точности расчёта зависит от ответственности исследуемой детали или узла. Исследование НДС шарнирных соединений требуется для определения несущей способности узла, расчёта долговечности и определения предельного усилия при разрушении узла, если данный узел содержит специальный элемент – слабое звено [2, 3, 4].

Слабое звено – деталь, основной задачей которой является передача расчётных нагрузений через узел, но недопущение передачи опасных для основной конструкции нагрузений [5, 6]. Анализ напряжённо-деформированного состояния таких деталей необходим как в статической постановке задачи, так и в динамической. Данный факт усложняет задачу особо точного моделирования НДС слабого звена. В данной работе проведено сравнение нескольких подходов к моделированию слабого звена типа срезного болта.

1. Методики моделирования напряжённо-деформированного состояния детали

В данной работе рассматриваются две основных методики расчёта напряжённо-деформированного состояния шарнирного узла: аналитический метод и метод конечных элементов (МКЭ). МКЭ так же разделяется на моделирование трёхмерной конечно-элементной (КЭ) сеткой, одномерными КЭ и одномерной связью типа connector. Для проведения сравнительного анализа используются такие выходные данные как НДС конструкции и предельное усилие в узле перед разрушением.

1.1. Исходные данные

В качестве исследуемого образца была создана геометрия болта с двумя плоскостями среза. В местах пролегания плоскостей среза расположены проточки, создающие локальное уменьшение площади среза и обеспечивающие предсказуемость места разрушения болта [7, 8, 9]. Сечение болта показано на рисунке 1.

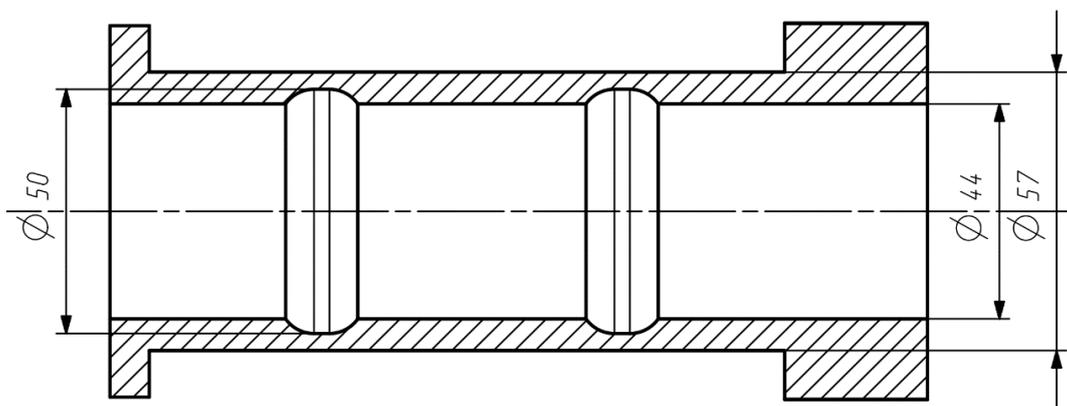


Рис. 1. Сечение исследуемого болта, мм

Свойства материала заданы в упругой и пластической зонах, а также задана деградация материала после достижения напряжений предела прочности для данного материала. Коэффициент трения между слабым звеном и проушинами узла – 0.08. Основные константы, описывающие свойства материала, показаны в таблице 1.

Таблица 1. Свойства материала болта

Свойство материала	Значение
Предел текучести σ_T	800 МПа
Предел прочности на одноосное растяжение σ_B	930 МПа
Модуль Юнга, E	200'000 МПа
К. Пуассона μ	0.3

1.2. Аналитический метод

Под аналитическим методом понимается определение предельного состояния срезного болта: определения внутренних силовых факторов в теле болта максимальной силы в узле. Материал срезного болта является пластичным. Следовательно, для определения предельного состояния необходимо воспользоваться одной из теории прочности: Теория энергии формоизменения (критерий максимального напряжения по вон Мизесу) или Теории максимального напряжения сдвига (критерий текучести Треска) [10].

Критерий максимального напряжения по вон Мизесу основывается на теории Мизес-Хенки. Данная теория гласит, что для главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, напряжение вон Мизеса выражается формулой 1, а материал начинает повреждаться в местах, где напряжение по вон Мизесу становится равным предельному напряжению (формула 2). Обычно, в качестве предельного напряжения берётся предел текучести σ_T . Однако, данная теория позволяет использовать другие предельные напряжения.

$$\sigma_{von Mises} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}}, [\text{МПа}] \quad (1)$$

$$\sigma_{von Mises} \geq \sigma_{max} \quad (2)$$

Частным случаем является случай чистого сдвига, когда $\sigma_{12} = \sigma_{21} \neq 0$, когда $\sigma_{23} = \sigma_{32} = \sigma_{13} = \sigma_{31} = 0$. В таком случае напряжение вон Мизеса определяется по формуле 3.

$$\sigma_{12 max} = \frac{\sigma_{раст max}}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

Критерий текучести Треска основан на теории максимального напряжения сдвига. Данная теория предсказывает разрушения материала в случаях, когда абсолютный максимум напряжения сдвига τ_{max} достигнет нагрузки, которая вызывает повреждение материала при простом испытании на растяжение (формула 4).

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max}}{2} \quad (4)$$

где τ_{max} – наибольшее значение из σ_{12}, σ_{23} и σ_{13} .

В пространственной постановке, графики предельных значений критериев Мизеса и Треска в координатах $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$ соответственно, показаны на рисунке 2.

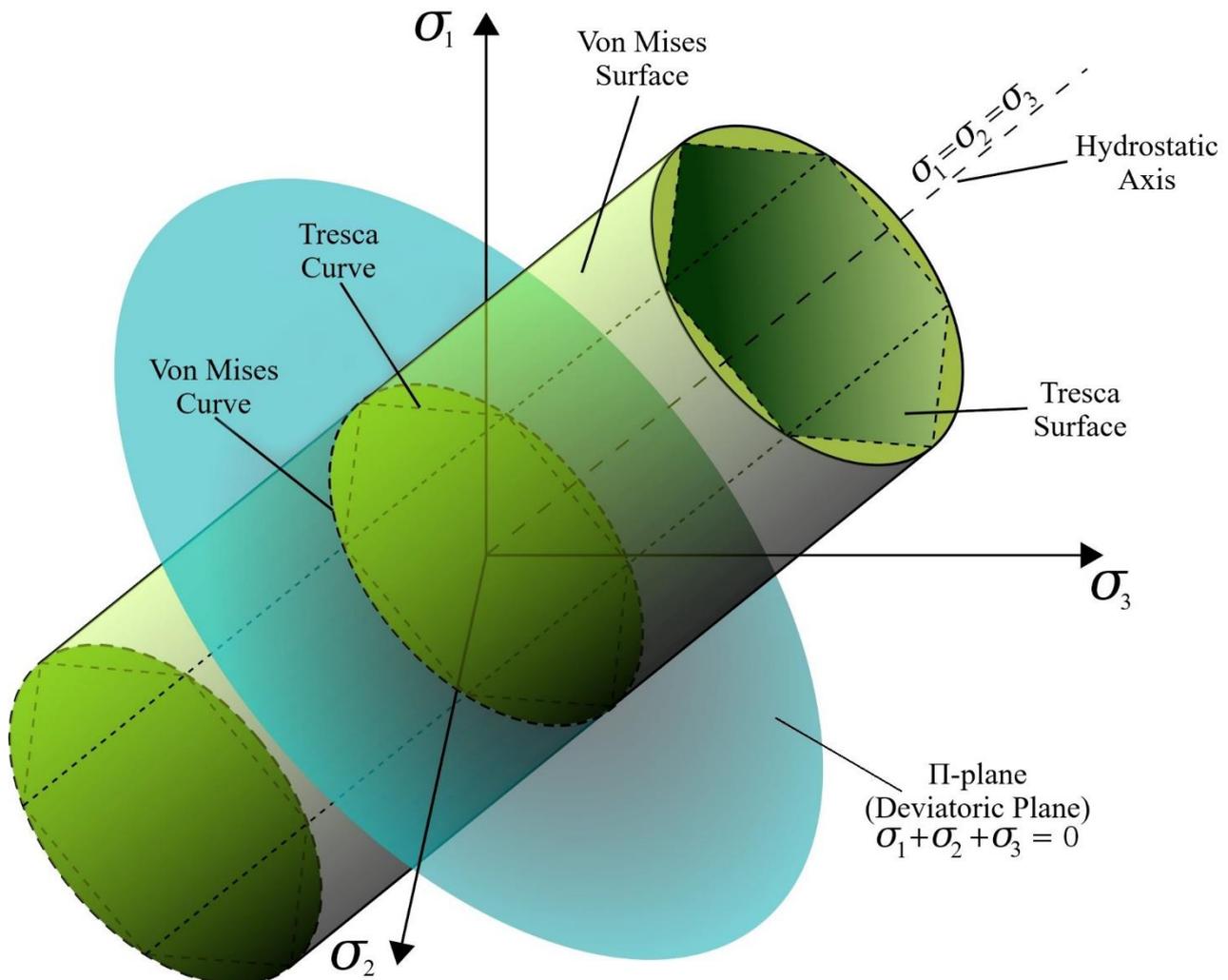


Рис. 2. Графики предельных значений критериев вон Мизеса и Треска

В данной задаче разрушение слабого звена происходит в большей степени от воздействия усилия среза болта. Следовательно, данный расчётный случай можно считать чистым сдвигом. Взаимосвязь между силой в узле и касательными напряжениями в сечении среза определяет формула 5.

$$F_{\Sigma} = Q * n = \tau_{\text{в}} * A * n, [H] \quad (5)$$

где $\tau_{\text{в}}$ – предельное напряжение сдвига в сечении;

Q – сила, действующая на сдвиг материала;

A – площадь сечения сдвига;

n – количество плоскостей среза в соединении.

Предельное напряжение сдвига $\tau_{\text{в}}$ можно определить, используя критерий вон Мизеса. Критерий Треска так же возможно использовать. Однако, в данной постановке задачи чистого сдвига критерий Треска может давать большую погрешность при нахождении $\tau_{\text{в}}$. Так как $\tau_{\text{в}}$ – это наибольшее значение из σ_{12}, σ_{23} и σ_{13} , а при чистом сдвиге $\sigma_{23} = \sigma_{32} = \sigma_{13} = \sigma_{31} = 0$, тогда $\tau_{\text{в}} = \sigma_{12}$. В таком случае предельное напряжение сдвига в сечении болта находится по формуле 3. Площадь поперечного сечения, на которой происходит сдвиг, определяется по формуле 6.

$$A = \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) - \left(\frac{\pi d^2}{4}\right), [\text{мм}^2] \quad (6)$$

Тогда сила, при приложении которой произойдет разрушение слабого звена, находится по формуле 7.

$$F_{\Sigma} = \frac{\sigma_{\text{в}}}{\sqrt{3}} * A * n = \frac{930}{\sqrt{3}} * 588 * 2 = 632398, [H] \quad (7)$$

Аналитический расчёт показал, что разрушение данного болтового соединения произойдёт при приложении силы равной 632398 Н.

1.3. Конечно-элементный метод

Для расчета с использованием КЭ метода была создана КЭ модель только зоны интереса, включая проушины кронштейна и слабое звено. В данной работе рассматриваются 2 подхода к моделированию шарнирного соединения КЭ методом: трёхмерного и одномерного вида. Трёхмерный вид КЭ моделирования заключается в разбиении исходной геометрии на простейшие элементы с заданной матрицей жёсткости для каждого элемента и задании взаимосвязей между каждым элементом. Одномерный вид КЭ моделирования создаётся как балочная система с заданными свойствами прочности и жёсткости, такими как свойства материала и геометрия сечения в данной месте балки. Поэтому данную модель так же называют балочной КЭ моделью. Виды трёхмерной и одномерной КЭ моделей показаны на рис.3 и рис.4 соответственно.

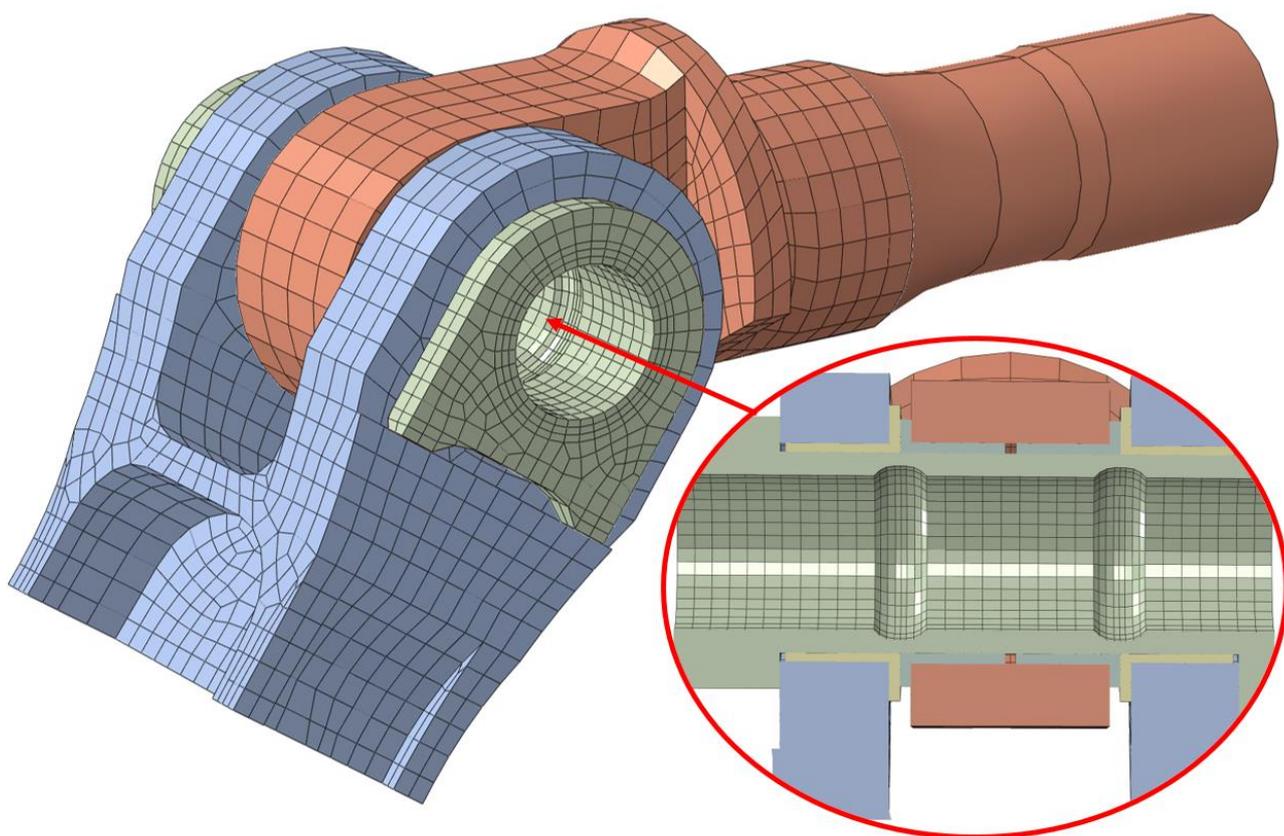


Рис. 3. Вид трёхмерной конечно-элементной модели

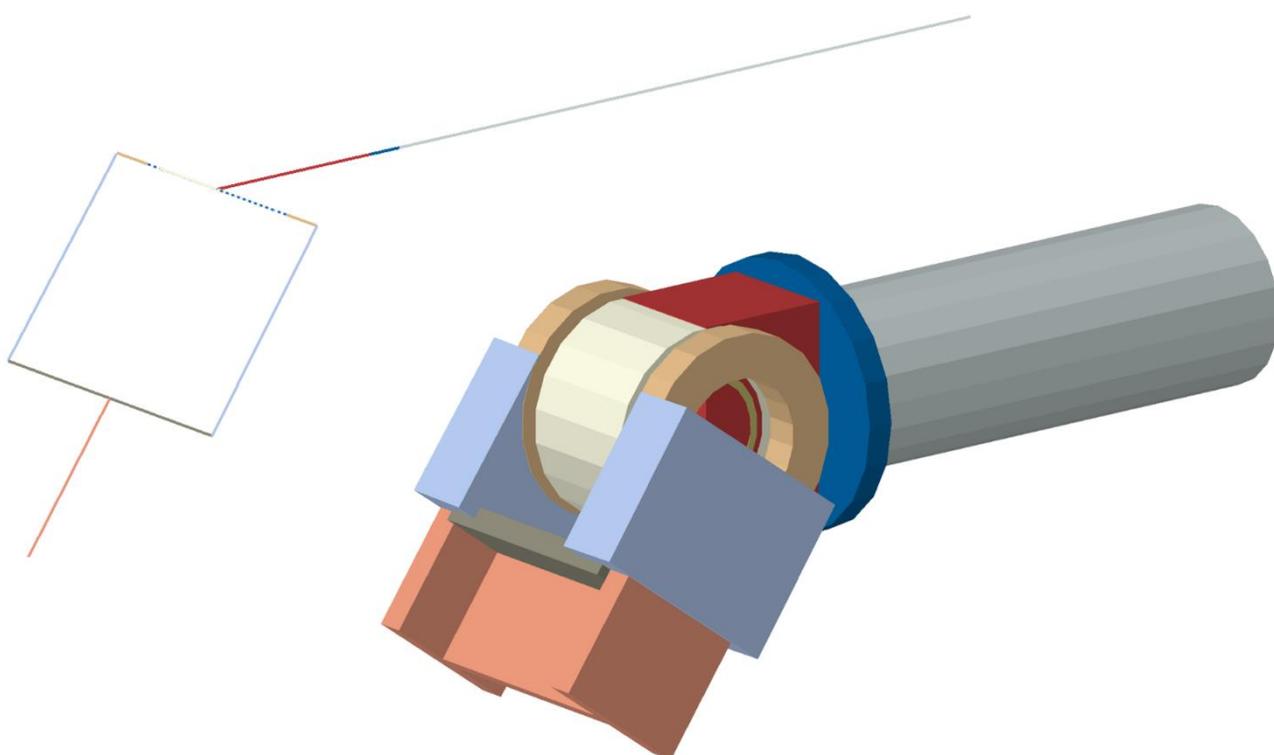


Рис. 4. Вид одномерной конечно-элементной модели. (слева – вид балочной модели без отображения сечений, справа – вид балочной модели с отображением присвоенный сечений)

Трёхмерная модель состоит из 16649 узлов и 11250 элементов:

- 3226 элементов типа C3D8R;
- 7950 элементов типа C3D8;
- 74 элемента типа C3D6.

Одномерная КЭ модель состоит из 147 элементов типа B31. Сам соединительный болт моделируется двумя способами: как балка с заданным сечением болта и свойствами материала, и как связь проушин типа connector, с заданными свойствами предельного разрушающего усилия в сечении среза. В всех моделях нагрузка задаётся как постоянное линейное перемещения одной из скреплённых деталей вдоль её оси. Расчёт производится в квазистатической постановке задачи, т.е. при пренебрежимо малой кинетической энергии системы относительно полной энергии. Это делается для избегания эффектов от динамического нагружения, которые могут внести вклад в результаты расчётов [11].

Результатом расчёта методом КЭ является НДС конструкции на протяжении всего расчёта, а также графики переданных через узел сил, показанные на рис. 5.

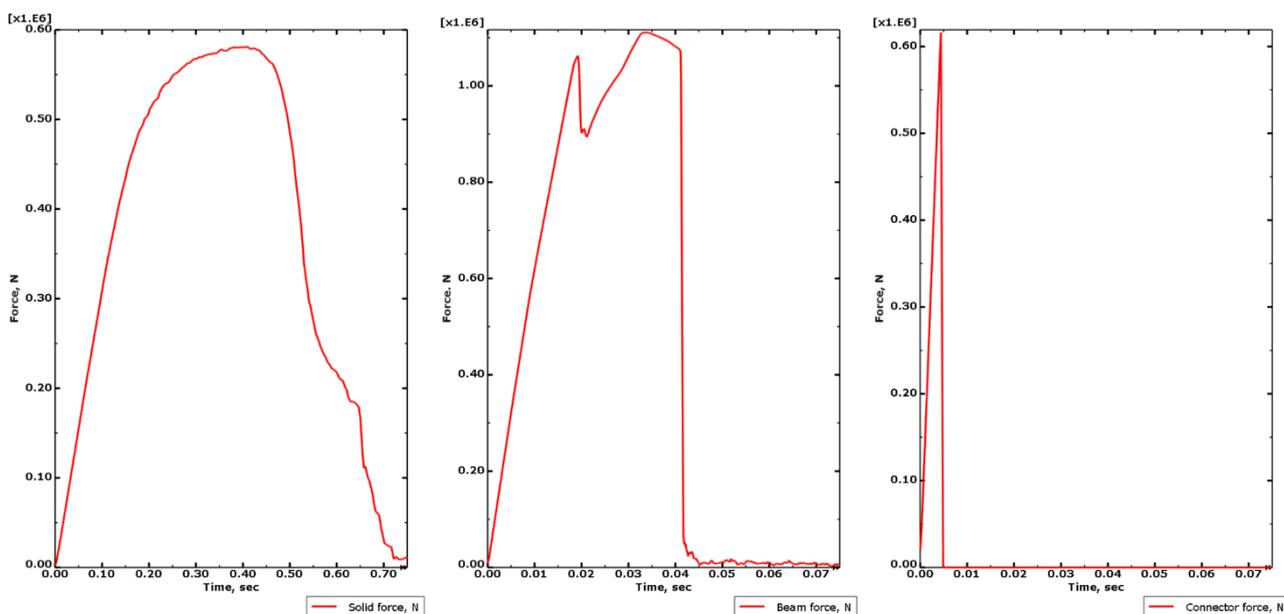


Рис. 5. Графики переданных через узел сил, Н

Слева показан график силы при трёхмерном моделировании, средний график – сила при одномерном моделировании с болтом типа балки (beam), справа – одномерное моделирование с болтом типа connector. Пиковое значение усилия среза для трёхмерного КЭ моделирования $F=581215$ Н. Пиковое значение для одномерного КЭ моделирования: $F=1110680$ Н для болта смоделированным балкой и $F=616166$ Н для болта смоделированным связью типа connector.

1.4. Сравнительный анализ предложенных методик

Под сравнительным анализом понимается сравнение пиковой силы, переданной через данный узел, с результатом аналитического расчёта. Сравнительный анализ предельный усилий показан в таблице 2.

Таблица 2. Сравнительный анализ предельных сил, переданных через узел

Методика моделирования срезного болта	Аналитический расчёт	Трёхмерная КЭ модель	Одномерная КЭ модель с болтом типа beam	Одномерная КЭ модель с болтом типа connector
Предельная сила F	632398 Н	581215 Н	1110680 Н	616166 Н
Ошибка относительно аналитического расчёта	-	8.09 %	75.63 %	4.89 %

Наиболее близким к аналитическому расчёту оказался одномерный метод с моделированием срезного болта как связи типа connector. Однако, такая точность связана с заранее заложенным предельным срезным усилием Q в сечении среза. Ошибка же связана скорее с возможной неравномерностью загрузки проушин. Но главным минусом данной методики является невозможность оценки НДС тела срезного болта, поскольку в данной методике моделируется только связь, т.е. взаимодействие проушин посредством наличия болта, а не сам болт. Следовательно, и НДС болта не просчитывается.

Одномерная КЭ модель с моделированием срезного болта упругой балкой типа beam показала наихудший результат и такой метод не может быть использован при моделировании НДС конструкции, особенно, при моделировании разрушения слабого звена. НДС болта моделируется с той же ошибкой. Более того, полученная ошибка значения предельной силы среза в большей степени связана с нефизичным моделированием НДС срезного болта: балка типа beam воспринимает перерезывающую силу Q в сечении как нормальное напряжение P и, как следствие, упрочняет сечение в $\sqrt{3}$ раз.

Трёхмерная КЭ модель показала ошибку около 8% по сравнению с аналитическим методом расчёта. Данная ошибка могла быть вызвана не столько погрешностью в решателе, сколько погрешностью при расчёте аналитическим методом, связанными с различными допущениями при расчёте. Однако, подтвердить или опровергнуть данную теорию возможно только проведением натурных испытаний конструктивно-подобных образцов. Анализ НДС срезного болта при таком методе моделирования показывает наиболее физичную картину распределения напряжений. Более того, в силу особенностей

решателя, данный метод автоматически решает контактную задачу среза болта, перераспределения напряжений в полых срезных болтах, учёта инерции конструкции при динамических нагрузках и моделирования деградации материала после превышения в материале напряжения временного сопротивления σ_B . НДС срезного болта в момент разрушения показан на рисунке 6.

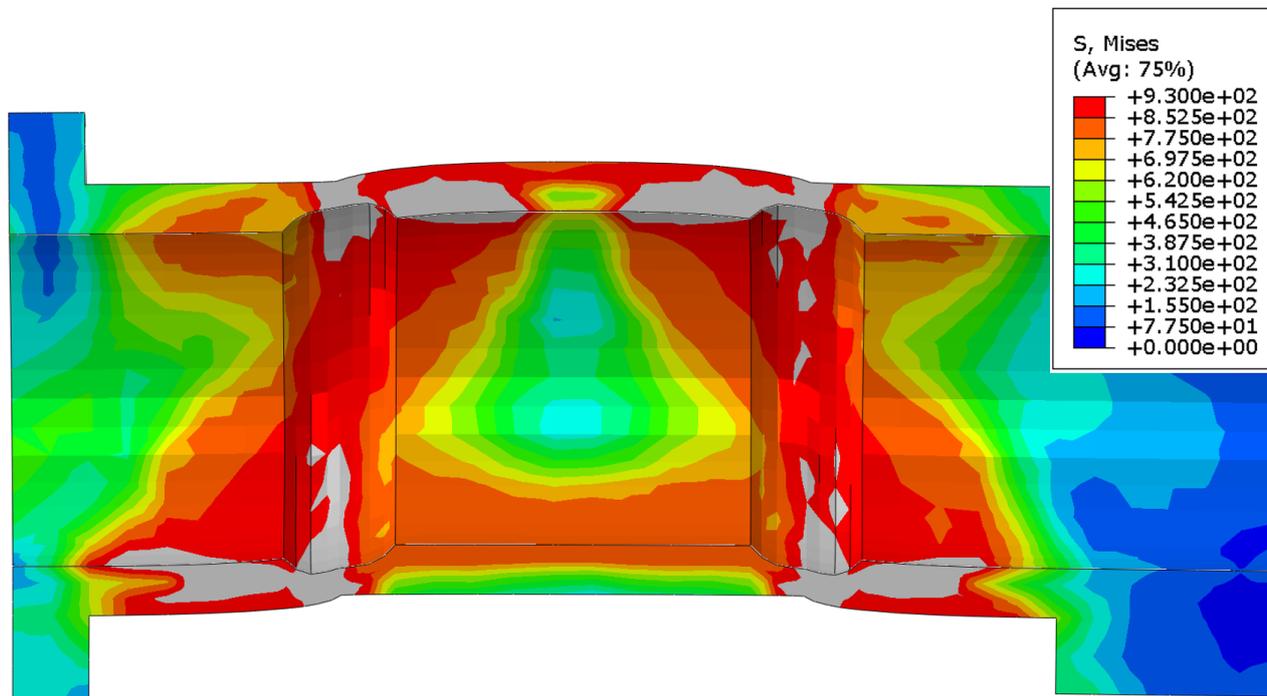


Рис. 6. Напряжения по вон Мизесу в теле срезного болта, Мпа

Литература

1. Братухин А.Г., Серебрянский С.А., Стрелец Д.Ю. [и др.]. Цифровые технологии в жизненном цикле российской конкурентоспособной авиационной техники. – Москва: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2020. – 448 с. – ISBN 978-5-4316-0694-6. – EDN ZGQVGN.
2. Kravchenko Georgy, Kravchenko Konstantin, Kolosov Alexander and Vershinin Vladimir. Features of the experimental evaluation of the fatigue resistance characteristics of power lugs. E3S Web of Conferences Volume 531 – 2024 - Ural Environmental Science Forum “Sustainable Development of Industrial Region” (UESF-2024).
3. Данилевский А.А., Серебрянский С.А., Прихошко С.М., Гончар А.Н. Определение вероятности возникновения факторов риска и их влияние на безопасность полетов. Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения: Тезисы 2-ой Международной конференции, Алушта, 29 августа – 03 2023 года. – Москва: Издательство "Перо", 2023. – С. 147-150. – EDN FGVZQD.
4. Kravchenko G., Deniskina A.R., Ageeva E., Linkov N. Methodology for assessing the effectiveness of design and technological solutions in ensuring the service life of power connections of structures. BIO Web Conferences Vol. 93 – 2024 - international scientific forestry forum 2023: Forest ecosystems as global resource of the biosphere: Calls, Threaters, Solutions (Forestry Forum 2023).
5. Титов Е.И., Серебрянский С.А. К вопросу проектирования конструкции слабых звеньев навески основных опор шасси // Интернет журнал «Наука и инновации». – 2023. - №6 (138).
6. Журавлев А.А. Исследования коэффициента, учитывающего угол приложения нагрузки для расчёта проушин типа ухо-вилка / А.А. Журавлев // Гагаринские чтения - 2023: Сборник тезисов докладов XLIX Международной молодежной научной конференции, Москва, 11–14 апреля 2023 года. – Москва: Издательство "Перо", 2023. – С. 35. – EDN JBAOQ.
7. Титов Е.И. Подход к проектированию конструкции типовых узлов навески основных опор шасси самолёта / Е.И. Титов, С.А. Серебрянский // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2023): Труды Шестнадцатой международной конференции, Москва, 26–28 сентября 2023 года. – Москва: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2023. – С. 1100-1106. – DOI 10.25728/mlsd.2023.1100. – EDN OYHUNC.
8. Абрамов Я.С. Влияние конструктивно-силовой схемы и материала агрегата на обеспечение прочности при условии минимума массы / Я.С. Абрамов, С.А. Серебрянский // Авиация и космонавтика: Тезисы 22-ой Международной конференции, Москва, 20–24 ноября 2023 года. – Москва: Издательство "Перо", 2023. – С. 6. – EDN LJWQCZ.

9. *Титов Е.И.* К вопросу алгоритма проектирования узлов навески шасси гражданских самолётов / *Е.И. Титов, С.А. Серебрянский* // *Авиация и космонавтика: Тезисы 22-ой Международной конференции*, Москва, 20–24 ноября 2023 года. – Москва: Издательство "Перо", 2023. – С. 51-52. – EDN YNKDТО.
10. *Henning Levanger* Simulating ductile fracture in steel using the finite element method: comparison of two models for describing local instability due to ductile fracture: thesis for the degree of master of science. – Oslo: Faculty of Mathematics and Natural Sciences University of Oslo, 2012. – 121 p.
11. *Титов Е.И., Серебрянский С.А.* Теоретическая модель методики проектирования узлов навески шасси с учётом уточнённого расчёта при проектировании срезных болтов // *Тезисы 2-ой Международной конференции «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения»*. Алушта, 29 августа–3 сентября 2023 г. – Москва: издательство «Перо», 2023 г. – С. 215–216.