

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА ЖИЗНИ В РЕГИОНЕ

Яндыбаева Н.В.,

*Балаковский филиал ФГБОУ ВО «РАНХиГС», Балаково, Россия
nat07@inbox.ru*

Богомолов А.С, Кушников В.А.,

*Саратовский научный центр РАН, Саратов, Россия
bogomolov@iptmuran.ru, kushnikoff@yandex.ru*

Резчиков А.Ф.

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
rw4cy@mail.ru*

Аннотация. Разработана математическая динамическая модель для анализа качества жизни в регионе. С использованием модели проведен анализ сценариев экономического развития Саратовской области в 2023-2028 гг. с учетом повышения мирового спроса на продовольствие и реализации в области проектов федерального значения.

Ключевые слова: прогнозирование, регион, качество жизни, математическая модель, системная динамика.

Введение

В современном мире растет актуальность ряда демографических, социальных, экономических проблем, обусловленных негативным влиянием пандемии, политической нестабильностью, последствиями экономических санкций и др. Данные проблемы способствуют снижению качества жизни граждан.

В февральском Послании Президента РФ Федеральному Собранию обозначены основные приоритеты в развитии страны: борьба с бедностью (к 2030 году уровень бедности должен стать ниже 7%), поддержка рождаемости, увеличение продолжительности жизни граждан (к 2030 году ожидаемая продолжительность жизни должна составить не менее 78 лет), улучшение ситуации в здравоохранении и пр.

В Указе Президента РФ «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года» определена актуальная задача - улучшение качества жизни населения. Это и решение экологических проблем, улучшение демографических показателей, повышение уровня доходов населения, урегулирование цифрового неравенства и др. В «Стратегии национальной безопасности Российской Федерации-2021» перечислены существующие угрозы безопасности государства, приведены целевые индикаторы, среди которых улучшение уровня и качества жизни граждан является приоритетным.

В правовом поле Российской Федерации отсутствует понятие «качество жизни», что значительно осложняет процедуру анализа и моделирования. По мнению большинства исследователей «качество жизни» — это сумма критериев, иллюстрирующих степень удовлетворения материальных, социальных, культурных потребностей людей [1-4].

Для достижения устойчивого развития страны, повышения качества жизни граждан необходимо максимально эффективно использовать ресурсы регионов. Для этого следует учитывать множество факторов, формирующих ключевые социально-экономические показатели.

Наиболее известные методы измерения качества жизни в регионе были предложены Айвазяном С.А. [5], Бестужевым-Ладой И.В., Субетто А.И. [6], Куклиным А.А., Зараковским Г.М. и др. [7-9]. Необходимо, однако, отметить отсутствие на сегодняшний день универсальных методов и моделей оценки и прогнозирования качества жизни в регионе. Это связано, очевидно, с заметной дифференциацией регионов по различными признакам: географическому положению, климату, наличию полезных ископаемых, демографии и пр.

Таким образом, целью проведенного исследования является разработка математической модели для оценки динамики индикаторов качества жизни в регионе в их сложной взаимосвязи.

1. Разработка математической модели

Основой разработанной математической модели является модель системной динамики, которая часто применяется для моделирования сложных, многоуровневых, иерархических систем с учетом причинно-следственных взаимосвязей их элементов [10-12].

Математической основой системно-динамического подхода являются дифференциальные уравнения в форме Коши первого рода, в которых динамические процессы представлены в пространстве состояний. Для основных фазовых переменных x_i (уровней) записываются уравнения:

$$\frac{dx_i}{dt} = x_{ji}^+(t) - x_{ki}^-(t) \quad (1)$$

$i=1, 2, \dots, I, j=1, 2, \dots, J_i, k=1, 2, \dots, K_i, t$ - время,

$x_{ji}^+(t)$ – положительные темпы скоростей j -х переменных ($j=1, 2, \dots, J_i$), которые увеличивают переменную x_i ;

$x_{ki}^-(t)$ – отрицательные темпы скоростей j -х переменных ($j=1, 2, \dots, K_i$), которые снижают переменную x_i .

Темпы скоростей являются функциями уровней:

$$x_{ji}^+(t) = f_j(x_i(t)), \quad x_{ki}^-(t) = f_k(x_i(t)), \quad i=1, 2, \dots, I, j=1, 2, \dots, J_i, k=1, 2, \dots, K_i$$

Темпы скоростей зависят от какой-то части уровней, но не всех. Обратные связи в модели реализуются посредством того, что потоковая переменная – это функция собственного уровня и имеет лаг (запаздывание).

Пусть между уровнями и потоками имеется зависимость вида:

$$x_{ji}^+(t) = \gamma_{ji} x_i^t, \quad x_{ki}^-(t) = \mu_{ki} x_i^t,$$

где γ_{ji}, μ_{ki} – экзогенные константы.

Для расчета уровня в момент времени $(t+\Delta t)$ используется формула:

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + \int_t^{t+\Delta t} \left(\sum_{j=1}^{J_i} x_{ji}^+(x_i(t), \gamma_{ji}) - \sum_{k=1}^{K_i} x_{ki}^-(x_i(t), \mu_{ki}) \right) dt \quad (2)$$

При проведении вычислительного эксперимента величины i -х уровней в начальный момент времени $x_i(0)$ необходимо определить заранее [13].

Рассмотрим процедуру разработки математической модели на примере Саратовской области. Центр экономических исследований «РИА Рейтинг» применяет рейтинг для оценки качества жизни в регионах, который составлен из следующих показателей: занятость населения, уровень доходов, рождаемость и смертность, экология и пр. [14]. Согласно рейтингу, в 2023 году Саратовская область заняла 39 позицию с 26,506 баллами. Однако данный рейтинг имеет недостатки, поскольку учитывает далеко не все аспекты жизни граждан.

При разработке математической модели системными переменными были выбраны показатели, определенные в «Стратегии социально-экономического развития Саратовской области до 2030 года» (далее-Стратегия) [15]: $X_1(t)$ – валовой региональный продукт (руб.), $X_2(t)$ – ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет), $X_3(t)$ – численность населения (чел.), $X_4(t)$ – среднедушевые денежные доходы на душу населения (руб.), $X_5(t)$ – уровень зарегистрированной безработицы (%), $X_6(t)$ – коэффициент рождаемости на 1000 человек (%), $X_7(t)$ – доля населения с доходом ниже величины прожиточного минимума (%), $X_8(t)$ – вес организаций, использующих персональные компьютеры (%).

В нашей модели будем учитывать следующие внешние факторы $W_i(t)$, влияющие на системные переменные (единицы измерения – руб. или чел., если не оговорено иное): $C(t)$ – потребление; $In(t)$ – инвестиции; $CR(t)$ – региональные и муниципальные расходы, $Ex(t)$ – экспорт; $Im(t)$ – импорт; $Ub(t)$ – численность безработных; $I(t)$ – инфляция (%); $D(t)$ – численность экономически активного населения; $ShB(t)$ – количество медицинских учреждений; $ZB(t)$ – число инфекционных больных; $S(t)$ – количество смертей; $SB(t)$ – численность населения с доходом ниже прожиточного минимума; $Sc(t)$ – среднедушевые доходы населения; $M(t)$ – объем миграции; $R(t)$ – численность родившихся; $IT(t)$ – уровень информатизации предприятий; $Zp(t)$ – минимальная заработная плата; $VT(t)$ – спрос на труд в различных отраслях народного хозяйства; $Q(t)$ – затраты на обучение и переподготовку кадров.

На ориентированном графе U_{XW} (рис.1) стрелками показано взаимовлияние системных переменных и внешних факторов $W_i(t)$.

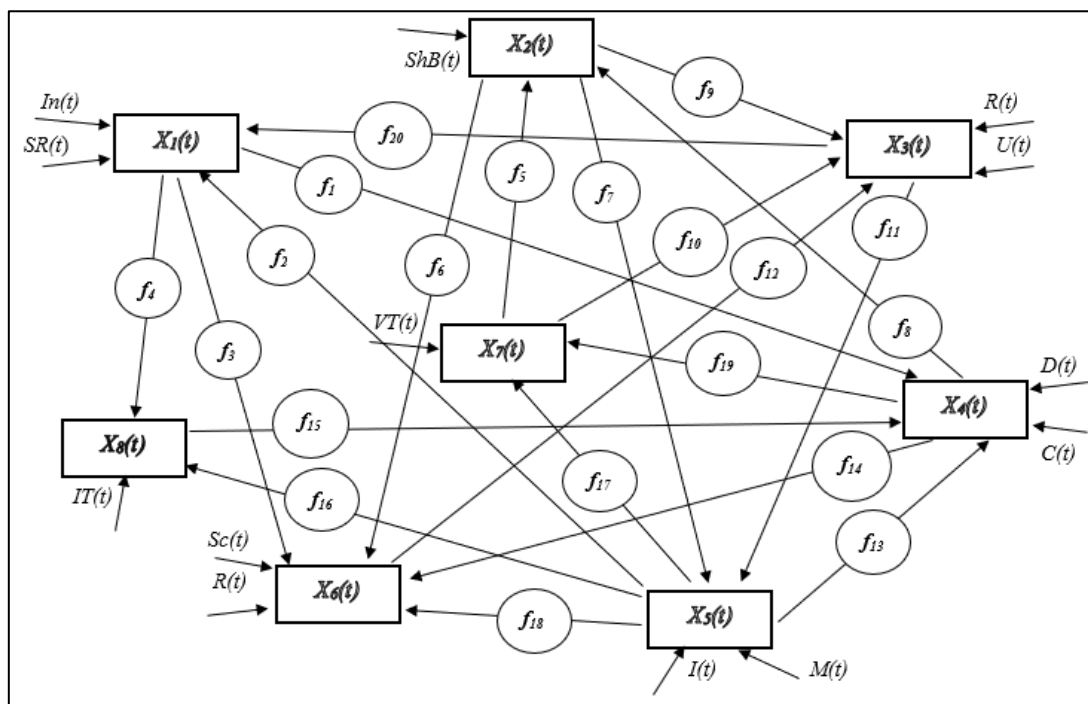


Рис. 1. Ориентированный граф U_{XW}

Таким образом, математическая модель для оценки и анализа качества жизни имеет вид:

$$\begin{cases}
 \frac{dX_1(t)}{dt} = \frac{1}{X_1^*(t)} \cdot (C(t) + In(t) + Ex(t) + D(t)) \cdot f_{20}(X_3) - (Ub(t) + SR(t) + Im(t)) \cdot f_2(X_5); \\
 \frac{dX_2(t)}{dt} = \frac{1}{X_2^*(t)} \cdot (Sc(t) + ShB(t)) \cdot f_8(X_4) - (ZB(t) + S(t) + Ub(t) + SB(t)) \cdot f_5(X_7); \\
 \frac{dX_3(t)}{dt} = \frac{1}{X_3^*(t)} \cdot (R(t) + M(t)) \cdot f_9(X_2) \cdot f_{12}(X_6) - (S(t) + Ub(t) + Sc(t)) \cdot f_{10}(X_7); \\
 \frac{dX_4(t)}{dt} = \frac{1}{X_4^*(t)} \cdot (B(t) + D(t) + C(t) + IT(t)) \cdot f_1(X_1) \cdot f_{15}(X_8) - (I(t) + Ub(t)) \cdot f_{13}(X_5); \\
 \frac{dX_5(t)}{dt} = \frac{1}{X_5^*(t)} \cdot (I(t) + Sc(t) + M(t)) \cdot f_{11}(X_3) - (Zp(t) + VT(t) + Q(t) + D(t)) \cdot f_7(X_2); \\
 \frac{dX_6(t)}{dt} = \frac{1}{X_6^*(t)} \cdot (R(t) + Sc(t) + C(t)) \cdot f_{14}(X_4) \cdot f_6(X_2) \cdot f_3(X_1) - (Ub(t) + S(t)) \cdot f_{18}(X_5); \\
 \frac{dX_7(t)}{dt} = \frac{1}{X_7^*(t)} \cdot (I(t) + Ub(t)) \cdot f_{17}(X_5) - (Sc(t) + VT(t) + B(t)) \cdot f_4(X_7) \cdot f_{19}(X_4); \\
 \frac{dX_8(t)}{dt} = \frac{1}{X_8^*(t)} \cdot (In(t) + IT(t)) \cdot f_4(X_1) - (Q(t) + Zp(t) + Ub(t)) \cdot f_{16}(X_5).
 \end{cases} \quad (3)$$

В модели (3) для учета взаимовлияния системных переменных используются множители $0 \leq f_i(X_i) \leq 1$ [16]. Чем сильнее влияние фактора на системную переменную, тем ближе значение множителя к 1. Чем влияние фактора слабее, тем быстрее значение множителя приближается к 0.

Также в уравнении (3) имеется $X_i(t)^n$ – нормировочный коэффициент – пороговое (критическое) значение системных переменных. Это, например, могут быть индикаторы экономической безопасности региона [17].

Верификация разработанной модели (3) проводилась с помощью расчета относительной погрешности для каждого уравнения системы:

$$\sigma_i(t) = \left| \frac{X_i^{\text{регр.}} - X_i^{\text{расч.}}}{X_i^{\text{расч.}}} \right| \cdot 100\% \quad (4)$$

Осуществим проверку качества разработанной модели для $X_1(t)$ -валового регионального продукта (ВРП), величина которого в 2010 году в Саратовской области составила 376,2 млрд руб.

Сначала определим вид множителей $f_2(X_5)$ и $f_{20}(X_3)$ в 1-м уравнении модели (3). Уравнения построены на основе ретроспективных данных:

$$\begin{aligned}
 f_{20}(X_3) &= -0,0482X_3(t)^3 + 0,2654 X_3(t)^2 - 0,5908X_3(t) + 1,203 \\
 f_2(X_5) &= -4,897X_5(t)^4 + 41,459 X_5(t)^3 - 67,608 X_5(t)^2 + 89,104 X_5(t) - 6,709
 \end{aligned} \quad (5)$$

Вид уравнений для множителей должен периодически, по мере поступления соответствующей статистической информации, актуализироваться.

Затем определим значение $X_1(t)$ в 2023 г. по модели (3):

$$X_{1\text{расч.}} = (0,97+0,93+0,96+0,99) \cdot 0,95 - (0,7+0,81+0,2) \cdot 0,2 = 3,32. \quad (6)$$

Значение ВРП в Саратовской области в 2023 году составило 1300 млрд руб., нормированное относительно 2010 года – 3,46. Величина относительной погрешности $\sigma_i=4\%$, что является приемлемым значением (менее 10%).

В таблице 1 приведены нормированные относительно 2010 года расчетные, фактические значения переменных $X_1(t)$ -валовой региональный продукт, $X_7(t)$ -доля населения с доходом ниже прожиточного минимума и относительная погрешность δ_i . По остальным системным переменным расчеты выполняются аналогичным образом.

Таблица 1. Значения переменных $X_1(t)$, $X_7(t)$ и относительная погрешность

Годы	$X_1(t)$			$X_7(t)$		
	$X_{1\text{расч.}}$	$X_{1\text{факт.}}$	$\sigma_i, \%$	$X_{7\text{расч.}}$	$X_{7\text{факт.}}$	$\sigma_i, \%$
2010	0,951	1,0	5,2	0,92	1,0	8
2011	1,10	1,15	4,5	0,96	1,05	8,5
2012	1,19	1,27	6,7	1,02	0,97	5,2
2013	1,45	1,40	3,4	0,95	1,0	5,0
2014	1,56	1,49	4,6	0,96	1,02	5,9
2015	1,68	1,61	4,2	1,04	0,95	9,5
2016	1,77	1,86	5,1	1,0	0,91	9,9
2017	1,86	1,94	4,2	0,92	0,88	4,5
2018	2,16	2,06	4,6	0,96	0,92	4,2
2019	2,23	2,15	3,6	0,98	0,91	7,7
2020	2,45	2,3	6,1	0,87	0,91	4,4
2021	2,27	2,45	7,9	0,92	0,85	8,2
2022	2,68	2,96	9,5	0,87	0,80	8,8
2023	3,32	3,46	4,0	0,92	0,85	8,2

2. Компьютерный эксперимент

В процессе регионального прогнозирования необходимо учитывать сценарные условия развития Российской Федерации, а также ряд других факторов: волатильность цен на товары, курсы валют и др. [18].

При проведении компьютерного эксперимента по прогнозированию качества жизни использовался сценарный подход. В Саратовской области, согласно Стратегии, могут быть реализованы 3 сценария социально-экономического развития: консервативный сценарий; умеренно оптимистичный; инновационный сценарий, который в настоящее время реализуется в регионе.

Начальные условия – значения моделируемых переменных в 2023 году, нормированные относительно 2010 года:

[3,46; 1,06; 0,95; 2,67; 1,69; 0,61; 0,85; 1,0].

Компьютерный эксперимент проводился с использованием авторского программного продукта «Prognoz-2», разработанного в GUIDE MATLAB (рис.2). MATLAB – это мощный, эффективный инструмент для разработки программных приложений с графическим интерфейсом.

На рис. 2 приведена диаграмма перехода фокуса управления, на которой показаны основные этапы работы программы, а также перечислены основные управляющие компоненты.

Алгоритм работы программного приложения следующий:

1. Из базы данных «Статистика регионов» извлекается необходимая для построения модели статистическая информация.
2. Осуществляется выбор региона, для которого будет проводиться компьютерный эксперимент.
3. Из выпадающего списка выбирается сценарий социально-экономического развития конкретного региона.
4. Далее необходимо определить параметры модели и вид уравнений множителей.

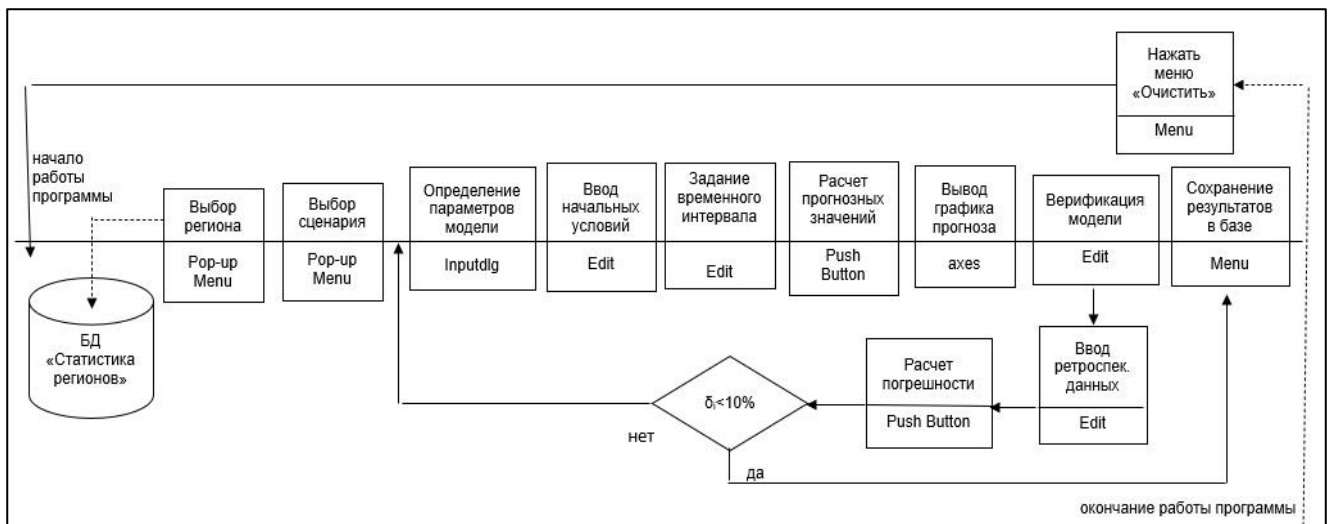


Рис. 2. Диаграмма перехода фокуса управления «Prognoz-2»

5. Затем вводятся начальные условия X_{0i} для расчета прогнозных значений переменных $X_i(t)$ - $X_8(t)$.
6. Задается временной интервал прогнозирования в годах.
7. Расчет прогнозных значений переменных $X_i(t)$ - $X_8(t)$ производится путем решения системы дифференциальных уравнений (3) методом Рунге-Кутты 4-го порядка.
8. Осуществляется вывод графика прогнозных значений переменных $X_i(t)$ - $X_8(t)$.
9. На заключительном этапе производится верификация модели.
10. Полученные результаты сохраняются в базе данных.
11. На рис. 3 показан интерфейс программного приложения «Prognoz-2» в работе.

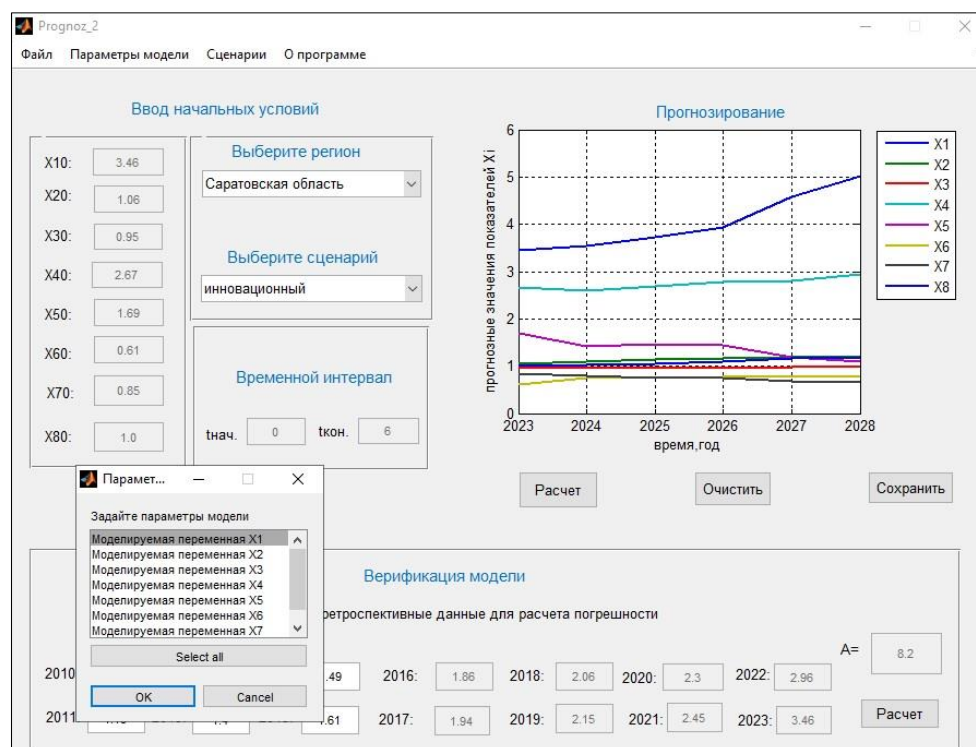


Рис. 3. Прогнозирование переменных $X_i(t)$ на интервале [2023;2028] гг.

Прогнозные значения переменных $X_i(t)$ - $X_8(t)$ по трем сценариям в Саратовской области на интервале [2023;2028] гг. приведены на рис.4.

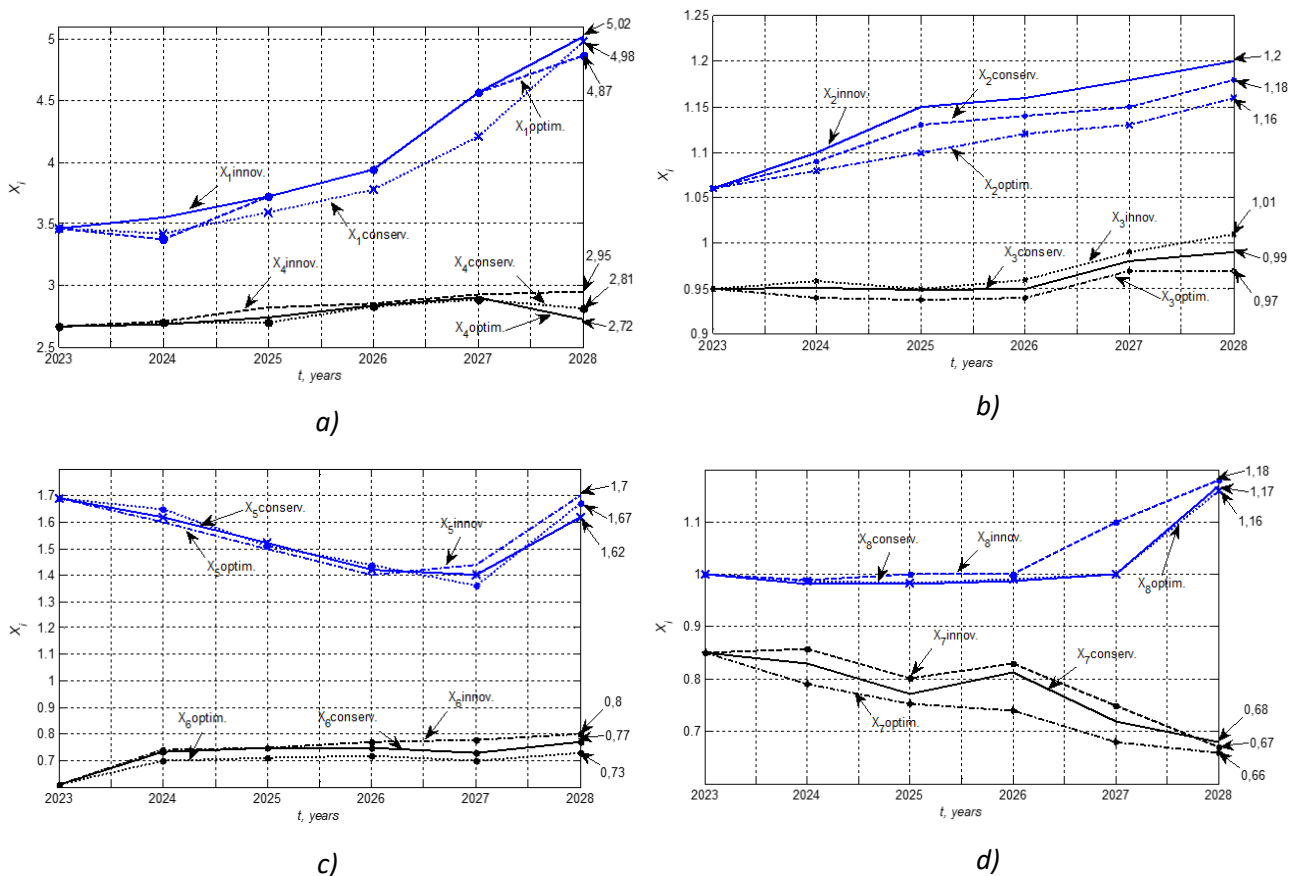


Рис. 4. Графики прогнозных значений переменных:
 а) $X_1(t)$, $X_4(t)$; б) $X_2(t)$, $X_3(t)$; в) $X_5(t)$, $X_6(t)$; д) $X_7(t)$, $X_8(t)$

Результаты проведенного компьютерного эксперимента по расчету прогнозных значений переменных по инновационному сценарию приведены в таблице 2.

Таблица 2. Прогнозные значения моделируемых переменных в 2024-2028 гг.

Моделируемая переменная	2024	2025	2026	2027	2028
$X_1(t)$	3,55	3,72	3,94	4,57	5,02
$X_2(t)$	1,1	1,15	1,16	1,18	1,2
$X_3(t)$	0,96	0,95	0,96	0,99	1,01
$X_4(t)$	2,71	2,82	2,85	2,93	2,95
$X_5(t)$	1,6	1,5	1,4	1,44	1,7
$X_6(t)$	0,74	0,75	0,77	0,78	0,8
$X_7(t)$	0,79	0,753	0,74	0,68	0,66
$X_8(t)$	0,99	1,0	1,0	1,0	1,1

Как видно из таблицы 2, валовой региональный продукт увеличится до 1888,52 млрд руб. к 2028 году. Результат прогноза обусловлен деятельностью множество промышленных предприятий области, которые имеют возможность заменить импортируемую продукцию, объем которой значительно сократился из-за введения санкционных ограничений, собственной.

Политическая и экономическая нестабильность в мире и стране провоцирует высокий спрос на сельскохозяйственную продукцию. По информации Министерства сельского хозяйства Саратовской области, в 2024 году на государственную поддержку АПК в регионе планируется потратить 2668,6 млн руб.

Уровень регистрируемой безработицы, достаточно низкий в регионе, будет колебаться незначительно до 2% в 2027 году и 2,4% в 2028 году. Дисбаланса на рынке труда в прогнозе также не наблюдается.

Среднедушевые доходы населения увеличатся в 2,95 раза в 2028 году по сравнению с 2010 годом. Численность населения в Саратовской области вырастет до 2552 тыс. человек. Этому способствует реализация на территории Саратовской области ряда проектов федерального значения: «Демография», «Здравоохранение», «Образование», «Цифровая экономика» и др. В свою очередь, снизится численность населения с доходами ниже прожиточного минимума (с 14% в 2023 году до 10,8% в 2028 году).

Литература

1. *Радиловская Т.Ю., Теске Г.П.* Особенности методов исследования качества жизни населения региона // Вестник Челябинского государственного университета. 2020. № 2 (436). Экономические науки. Вып. 68. – С. 145–152.
2. *Тухужева Л.А., Джанкулаев А.А.* Качество и уровень жизни населения // Вопросы науки и образования. 2018. № 29 (41). – С. 52–54.
3. *Злобина Г.Ю.* Качество жизни: структурные составляющие и перспективные направления развития. – М.: Социум, 2007. – 96 с.
4. *Баженов С.А.* Качество жизни населения: теория и практика. – М.: ЭКОС, 2002. – 178 с.
5. *Айвазян С.А.* Интегральные индикаторы качества жизни населения: их построение и использование в социально-экономическом управлении и межрегиональных сопоставлениях. – Москва: ЦЭМИ РАН, 2000. – 117 с.
6. *Субетто А. И.* Теория качества жизни: монография. Под науч. ред. Горбунова А.А. – Санкт-Петербург: Астерион, 2017. – 280 с.
7. *Дранко О.И., Новиков Д.А., Райков А.Н., Чернов И.В.* Управление развитием региона: моделирование возможностей. – М.: ЛЕНАНД, 2023. – 432 с.
8. *Дранко О.И., Окладников С.М., Благодарный Е.В.* Управление региональным развитием с использованием двухуровневой модели «отрасль – предприятие» // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2022. Т. 22, № 3. – С. 93–105.
9. *Дранко О.И., Логиновский О.В., Приказчиков С.А.* Модель влияния кризиса на доходы регионального бюджета: анализ Челябинской области // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2021. Т. 21, № 1. – С. 90–101.
10. *Becerra-Fernandez M., Ruiz-Acosta L. E., Camargo-Mayorga D. A., Muñoz M. A.* A System Dynamics Model for Sustainable Corporate Strategic Planning // Production. – 2022. – Vol. 32. – E20220011. <https://doi.org/10.1590/0103-6513.20220011> (дата обращения 10.05.2024).
11. *Bayu F., Berhan E., Ebinger F.* A System Dynamics Model for Dynamic Capability Driven Sustainability Management // Journal of Open Innovation: Technology, Market, and Complexity. – 2022. – Vol. 8. №1. – Article 56.
12. *Yandybaeva N., Rezchikov A., Kushnikov V., Ivaschenko V., Kushnikov O., Tsvirkun A.* Mathematical Models, Algorithms and Software Package for the National Security State of Russia // Studies in Systems, decision and control. Springer International Publishing. – 2019. – Vol. 199. – P. 646–659.
13. *Форрестер Дж.* Основы кибернетики предприятия (индустриальная динамика). пер. с англ. – Москва: Прогресс, 2002. – 325 с.
14. РИА Новости. Рейтинг российских регионов по качеству жизни. – 2023. https://ria.ru/20240212/kachestvo_zhizni-1926120093.html (дата обращения 20.06.2024).
15. Стратегия социально-экономического развития Саратовской области до 2030 года. Приложение № 1 к постановлению Правительства Саратовской области от 30 июня 2016 г. N 321-П. <https://saratov.gov.ru/informers/strategiya-so-30/etapy-razrabotki/> (дата обращения 10.05.2024).
16. *Яндыбаева Н.В.* Динамическая модель для прогнозирования показателей качества жизни в регионе // Прикладная информатика. 2023. Т. 18. – С. 129–143.
17. *Сенчагов В.К., Митяков С.Н.* Индикаторы устойчивого развития регионов Российской Федерации // Проблемы устойчивости функционирования стран и регионов в условиях кризисов и катастроф современной цивилизации: материалы XVII Международной научно-практической конференции по проблемам защиты населения и территорий от чрезвычайных ситуаций. – М.: Всероссийский научно-исследовательский институт по проблемам гражданской обороны и чрезвычайных ситуаций МЧС России, 2012. – С. 83–99.
18. Основные параметры сценарных условий прогноза социально-экономического развития Российской Федерации на 2023 год и на плановый период 2024 и 2025 годов. https://www.economy.gov.ru/material/directions/makroec/prognozy_socialno_ekonomicheskogo_razvitiya/ (дата обращения 11.05.2024).