

# ВАРИАНТЫ ПОСТРОЕНИЯ ГЛОБАЛЬНОЙ МОДЕЛИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ МАРСА НА ОСНОВЕ ВЫБОРОК СПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ<sup>1</sup>

Сальников А.М., Батов А.Б.,

*Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия*

*Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия*

salnikov@ipu.ru, batov@ipu.ru

Степанова И.Э., Гудкова Т.В.

*Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия*

tet@ifz.ru, gudkova@ifz.ru

*Аннотация. В исследовании представлен итеративный подход для построения глобальной модели магнитного поля Марса с использованием метода S-аппроксимации, надежного аналитического метода для работы с большими наборами данных измерений орбитальных миссий на Марсе. Подход позволяет создавать модели высокого разрешения, отражающие наблюдаемое магнитное поле.*

*Ключевые слова: магнитное поле, Марс, S-аппроксимация, итеративный метод, спутниковые измерения, выборка данных.*

## Введение

Исследование Марса, как и других планет нашей солнечной системы, сталкивается с фундаментальной проблемой: недоступностью их недр для прямого исследования. Мы вынуждены полагаться на косвенные данные, главным образом измерения физических полей (гравитационного и магнитного) и топографии поверхности. Однако интерпретация этих данных — сложная задача, требующая разработки надежных и эффективных аналитических методов.

Данные, полученные различными орбитальными миссиями, обычно обширны, но фрагментированы и подвержены ошибкам. Помимо инструментальных неточностей, измерения зависят от помех солнечной плазмы в межпланетном пространстве и неоднородностей в марсианской коре. Таким образом, современные алгоритмы аппроксимации стали незаменимыми инструментами для обработки огромных наборов данных спутниковых наблюдений и создания моделей внутренней структуры планеты.

Особый интерес для понимания эволюции Марса, его атмосферной истории и обитаемости представляет исследование его магнитного поля. В отличие от Земли, у Марса нет глобального дипольного поля, но измерения с орбитальных аппаратов (в хронологическом порядке: Mariner 4, «Марс-2» и «Марс-3», «Фобос-2», MGS, MAVEN, «Тяньвэнь-1») и посадочных модулей (InSight, «Чжужун») выявили остаточный магнетизм коры, проявляющийся в виде сложной сети локализованных аномалий [1–3].

Измерения, проведенные на разных высотах и непосредственно на поверхности, указывают на сложную и гетерогенную структуру магнитного поля Марса. Данные, собранные в миссиях MGS и MAVEN [4–6], позволили создать глобальные карты и модели магнитного поля коры Марса [4, 6–9]. Однако интерпретация этих данных и создание целостной картины остается значительной проблемой из-за наличия мелкомасштабных локальных аномалий и расхождений между прогнозами моделей и поверхностными измерениями [10, 11].

Обещающие направления исследований включают применение линейных интегральных представлений, и, в частности, метода S-аппроксимации [12], который позволяет решать обратные задачи и определять аналитические продолжения магнитного поля.

## 1. Итеративный подход и варианты моделирования магнитного поля

Представленный метод построения модели магнитного поля на основе выборок спутниковых измерений является итеративным и основан на циклическом процессе, целью которого является высококачественная S-аппроксимация измеренного магнитного поля. Вычисления, оценка результатов и корректировка параметров метода повторяются до достижения желаемого качества аппроксимации, прежде всего, приведения координат выбранных измерений к единой высоте и аналитического продолжения модельного поля к источникам (поверхности планеты) на максимально возможное расстояние от высот спутниковых измерений.

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда No 23- 27-00392.

## 1.1. Процесс аппроксимации

Основная идея S-аппроксимации заключается в представлении сложного магнитного поля Марса как суммы полей, генерируемых простым и двойным слоями, расположенными на определенных поверхностях под исследуемой областью. Интуитивно понятно, что такие поверхности должны располагаться ниже заданного рельефа, то есть должны как-то соответствовать нашему априорному знанию об источниках поля, например, глубинах реальных намагниченных пород. Однако с математической точки зрения достаточно, чтобы поверхности располагались ниже точек измерений, что иногда полезно при поиске параметров выборки для формирования наборов данных измерений, улучшающих качество аппроксимации. Такие поверхности можно рассматривать как эквивалентные источники, которые, хотя и не отражают реальное распределение намагниченных пород (из-за неоднозначности решения обратной задачи), позволяют воспроизвести наблюдаемое магнитное поле с высокой точностью и, что еще важнее, проводить дальнейшие преобразования с полученным модельным полем.

Мы называем поверхности, на которых расположены эквивалентные источники, носителями. Такие носители, в отличие от реальных, могут быть описаны простыми формулами, описывающими трехмерные поверхности. В зависимости от масштаба исследования и геометрии задачи в качестве носителей могут использоваться плоскости, двугранные углы, сферы и эллипсоиды. Этот список можно продолжить, но в нашей работе мы ограничиваемся только теми поверхностями, для которых удалось получить относительно простые аналитические формулы для нахождения элементов матрицы.

Плоскости подходят для моделирования локальных магнитных аномалий на небольших участках поверхности. Двугранные углы позволяют учитывать более сложную геометрию источников, таких как границы геологических структур. Сферы используются для моделирования магнитного поля на больших участках, сопоставимых с размерами планеты. Эллипсоиды (обычно эллипсоиды вращения) учитывают эллиптичность планеты, что в некоторых случаях увеличивает точность моделирования, особенно для планет с заметной экваториальной выпуклостью. Мы называем использование плоскостей или двугранных углов локальной версией S-аппроксимации, сфер или эллипсоидов – региональной или глобальной версией.

Выбор того или иного варианта S-аппроксимации, несмотря на формальную разницу в размерах исследуемой области, в общем случае не очевиден. В терминах вычислительных затрат все варианты сопоставимы друг с другом. Однако, в зависимости от выбранной геометрии набора точек измерений, каждый из вариантов может обеспечить наилучшее качество S-аппроксимации. И это первый выбор, который должен сделать исследователь в предложенном нами подходе.

Плотности простого и двойного слоев являются ключевым параметром, определяющим характеристики модельного поля. Задача S-аппроксимации сводится к нахождению такого распределения плотности слоев, которое наилучшим образом соответствует наблюдаемым данным спутниковых измерений. Для определения плотности слоев используется математический аппарат, основанный на решении системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

В общем виде СЛАУ для S-аппроксимации записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} A\lambda &= f_{\delta}, \\ f_{\delta} &= f + \delta f, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $A$  – матрица, элементы которой зависят от геометрии задачи (тип носителей, их расположение) и расстояний между точками наблюдения и элементами носителя;  $\lambda$  – вектор, представляющий неизвестную плотность слоев;  $f_{\delta}$  – вектор, содержащий значения наблюдаемого магнитного поля (включая шум и ошибки измерений).

Решение СЛАУ (1) позволяет найти определенное распределение плотностей слоев, минимизирующее разницу между модельным и наблюдаемым магнитными полями. Для решения СЛАУ используются различные численные методы, например метод наименьших квадратов или итеративные методы.

Вычисление элементов матрицы  $A$  – важный этап S-аппроксимации. Формула для вычисления зависит от выбранного типа носителя. Например, для регионального варианта с использованием сферы формула для вычисления элементов матрицы следующая:

$$a_{ij} = a_{ji} = \frac{2\pi}{r_i r_j \sqrt{h_i h_j}} \left( 1 + \frac{1}{4r_i r_j h_i h_j} \right) \times$$

$$\times F\left(2 \tan^{-1}\left(\sqrt{h_i h_j}\right), \sqrt{\frac{1 + \cos(\alpha_{ij})}{2}}\right) - \frac{\pi(3h_i^2 h_j^2 - 4h_i h_j \cos(\alpha_{ij}) + 1)}{r_i^2 r_j^2 h_i h_j \left(\sqrt{1 - 2h_i h_j \cos(\alpha_{ij}) + h_i^2 h_j^2}\right)^3},$$

где  $r_i, r_j$  – расстояния от центра планеты до точек наблюдения;  $h_i = \frac{R_0}{r_i}, i = (1, N), h_j = \frac{R_0}{r_j}, j = \overline{1, N}$  – отношения радиуса носителя  $R_0$  к расстояниям  $r_i$  и  $r_j$ ;  $\alpha_{ij}$  – угол между векторами, соединяющими центр планеты с точками наблюдения  $x_i$  и  $x$ . Функция  $F$  – неполный эллиптический интеграл первого рода [12].

Формула для локальной версии с использованием плоскости имеет еще более простой вид:

$$a_{ij} = 2\pi \left( \frac{\tilde{x}_{3,i} + \tilde{x}_{3,j}}{\tilde{r}^3} - \frac{\tilde{x}_{3,i} + \tilde{x}_{3,j}}{\tilde{r}^7} \right) \times \\ \times \frac{9(x_{1,i} - x_{1,j})^2 + 9(x_{2,i} - x_{2,j})^2 - 6(\tilde{x}_{3,i} + \tilde{x}_{3,j})^2}{\tilde{r}^7}, \\ \tilde{r} = \sqrt{(x_{1,i} - x_{1,j})^2 + (x_{2,i} - x_{2,j})^2 + (\tilde{x}_{3,i} + \tilde{x}_{3,j})^2},$$

где  $H_0$  – глубина носителя (плоскости),  $\tilde{x}_{3,i} = x_{3,i} - H_0, \tilde{x}_{3,j} = x_{3,j} - H_0$ .

Алгоритм для вычисления элементов матрицы  $A$  может быть запрограммирован в векторной форме, когда вычисления выполняются одновременно для всех элементов матрицы, и затем распараллелен (например, с использованием высокопроизводительного компилятора Python Numba). Даже процедура нахождения интегральной функции  $F$ , которая по своей природе является итеративной, может быть частично распараллелена и таким образом ускорена.

## 1.2. Выборка данных и оценка результатов

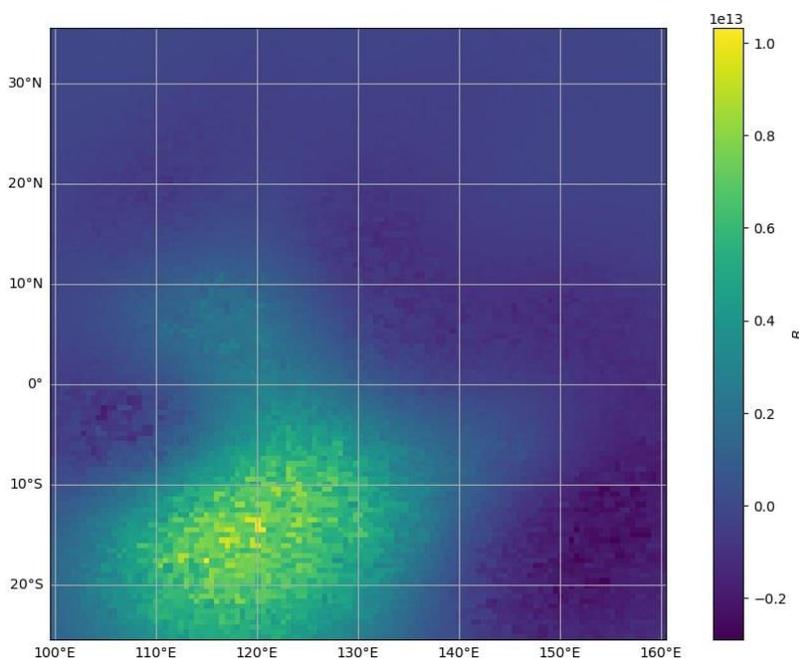
Перед началом работы с данными спутниковых измерений магнитного поля необходимо определить референсную сетку, которая будет служить основой для последующего анализа. Эта сетка представляет собой набор точек на поверхности Марса, над которыми будут собираться и анализироваться измерения магнитного поля, полученные на разных высотах космическими аппаратами. Сетка Spherical Rectangular Equal-Area Grid (SREAG) [14] обеспечивает практически одинаковые площади ячеек на всех широтах, создавая прямоугольные ячейки, границы которых выровнены по широте и долготе. Стандартная географическая прямоугольная сетка DN2 также формирует прямоугольные ячейки, выровненные по широте и долготе, но их площадь варьируется в зависимости от широты. Последний вариант может быть предпочтительным в случаях, когда требуется более детализированное представление данных в определенных зонах широт. Ключевым параметром, помимо типа сетки, является разрешение сетки, которое определяет количество широтных колец и, соответственно, размер ячеек. Более высокое разрешение обеспечивает более детализированное представление данных, но требует больше вычислительных ресурсов.

Исходные наборы данных спутниковых измерений организованы по времени сбора и содержат большое количество информации, часть которой не требуется для построения модели. Например, в пакете данных миссии MAVEN *insitu.calibrated level 2* [15], используемом в настоящем исследовании, одна запись соответствует 235 значениям (колонкам). Количество записей с октября 2014 по май 2024 года превышает 38 миллионов строк. Поэтому из исходных данных отбираются только те параметры, которые непосредственно используются в моделировании (например, компоненты вектора магнитного поля, координаты измерений, высота). Данные затем организуются в соответствии с их принадлежностью к узлам выбранной сетки. Данные миссий MAVEN и MGS объединяются на уровне близости к одним и тем же узлам сетки, обеспечивая более полное покрытие исследуемой области.

Даже после фильтрации и перегруппировки объем данных может оставаться значительным, особенно на высоких разрешениях сетки. Кроме того, данные могут содержать шум и аномалии, которые могут негативно повлиять на точность модели. Поэтому необходимо ограничить диапазон высот, на которых проводились измерения. Желательно выбирать данные, полученные на минимальных или средних высотах, чтобы минимизировать влияние внешних магнитных полей, и разделять данные на дневные и ночные. Ночные данные обычно содержат меньше шума, связанного с солнечной активностью.

После построения модели важно оценить её качество и выполнить дополнительные преобразования. Качество модели оценивается путем вычисления среднеквадратичного отклонения (RMSD) между прогнозами модели и исходными спутниковыми данными. Это предоставляет количественную меру того, насколько хорошо модель соответствует наблюдениям. Чтобы исключить влияние высоты на интерпретацию результатов, измерения магнитного поля приводятся к единой эталонной высоте. Это позволяет более четко сравнивать особенности магнитного поля в разных регионах и различных наборах данных. Модельное поле также может быть аналитически продолжено вниз, к предполагаемым источникам магнитных аномалий. Эта техника предоставляет дополнительную информацию о распределении магнитных источников в марсианской коре, возможно, выявляя скрытые структуры и их глубины.

Результаты моделирования визуализируются с помощью различных графических представлений (см. рис. 1), включая карты магнитного поля на разных высотах, плотности носителей, профили по заданным орбитам и другие иллюстративные техники. Такие визуализации помогают в понимании пространственного распределения и характеристик магнитного поля Марса. Однако следует отметить, что во всех случаях, для уточнения природы носителей, требуется сравнение с топографическими, гравитационными и геологическими данными.



*Рис. 1. Карта модельного распределения плотности носителей в совместной рабочей зоне миссий InSight [16] и Zhurong [17] на основе результатов локальной S-аппроксимации ночных измерений MAVEN после приведения модельного магнитного поля к единой высоте  $150 \pm 1$  км*

Если первоначальные результаты моделирования не соответствуют ожидаемой точности или не выявляют ожидаемые особенности, процесс может быть итеративно уточнен. Уточнение может включать в себя корректировку параметров, таких как критерии выбора данных или предполагаемая глубина эквивалентных источников. Благодаря такому итеративному подходу качество модели постепенно улучшается, обеспечивая наилучшее соответствие исходным спутниковым данным и максимально возможную исследовательскую и научную ценность.

## 2. Заключение

Создание точных и всеобъемлющих моделей магнитного поля Марса представляет собой сложную задачу, требующую учета неоднородности данных, наличия шумов, ограниченного разрешения и внутренней сложности самого поля.

Модульный подход, предложенный в настоящей работе, обеспечивает гибкость и адаптивность, позволяя итеративно уточнять модель и интегрировать данные с различных марсианских миссий. Возможность возврата к предыдущим этапам обеспечивает контроль качества на всем протяжении процесса построения модели.

Ключевым фактором успеха при построении глобальной модели является выбор надежного и адаптивного метода аппроксимации, способного справиться с уникальными характеристиками данных магнитного поля Марса, в том числе его гетерогенную природу.

Дальнейшие исследования и разработки в области передовых методов аппроксимации, таких как использование S-аппроксимаций и линейных интегральных представлений, открывают перспективы для углубления нашего понимания марсианской магнитной среды и эффективной обработки огромных наборов данных спутниковых измерений.

## Литература

1. *Smith E. J., Davis L., Coleman P. J., Jones D. E.* Magnetic Field Measurements near Mars // *Science*. – 1965. – Vol. 149, N. 3689 – P. 1241–1242. DOI: 10.1126/science.149.3689.1241.
2. *Акуña М. Н.* Space-based magnetometers // *Rev. Scientific Instrum.* – 2002. – Vol. 73, N. 11 – P. 3717–3736. DOI: 10.1063/1.1510570.
3. *Breus T. K., Verigin M. I., Kotova G. A., Slavin J. A.* Characteristics of the Martian Magnetosphere according to the Data of the Mars 3 and Phobos 2 Satellites: Comparison with MGS and MAVEN Results // *Cosmic Res.* – 2021. – Vol. 59, N. 6 – P. 478–492. DOI: 10.1134/S0010952521060010.
4. *Langlais B., Purucker M. E., Manda M.* Crustal magnetic field of Mars // *J. Geophys. Res.* – 2004. – Vol. 109, N. E2 – P. 2003JE002048. DOI: 10.1029/2003JE002048.
5. *Mittelholz A., Johnson C. L., Morschhauser A.* A New Magnetic Field Activity Proxy for Mars From MAVEN Data // *Geophysical Research Letters*. – 2018. – Vol. 45, N. 12 – P. 5899–5907. DOI: 10.1029/2018GL078425.
6. *Chiao L., Lin J., Gung Y.* Crustal magnetization equivalent source model of Mars constructed from a hierarchical multiresolution inversion of the Mars Global Surveyor data // *J. Geophys. Res.* – 2006. – Vol. 111, N. E12010. DOI: 10.1029/2006JE002725.
7. *Arkani-Hamed J.* Magnetization of Martian lower crust: Revisited // *J. Geophys. Res.* – 2007. – Vol. 112, N. E5 – P. 2006JE002824. DOI: 10.1029/2006JE002824.
8. *Morschhauser A., Lesur V., Grott M.* A spherical harmonic model of the lithospheric magnetic field of Mars // *J. Geophys. Res.: Planets*. – 2014. – Vol. 119, N. 6 – P. 1162–1188. DOI: 10.1002/2013JE004555.
9. *Langlais B., Thébault E., Houliéz A., Purucker M. E., Lillis R. J.* A New Model of the Crustal Magnetic Field of Mars Using MGS and MAVEN // *JGR Planets*. – 2019. – Vol. 124, N. 6 – P. 1542–1569. DOI: 10.1029/2018JE005854.
10. *Johnson C. L. et al.* Crustal and time-varying magnetic fields at the InSight landing site on Mars // *Nature Geoscience*. – 2020. – Vol. 13, N. 3 – P. 199–204. DOI: 10.1038/s41561-020-0537-x.
11. *Du A. et al.* Ground magnetic survey on Mars from the Zhurong rover // *Nature Astronomy*. – 2023. – Vol. 7, N. 9 – P. 1037–1047. DOI: 10.1038/s41550-023-02008-7.
12. *Степанова И. Э., Сальников А. М., Гудкова Т. В., Батов А. В., Щенетиллов А. В.* О нахождении аналитического продолжения магнитного поля Марса по спутниковым данным с помощью комбинированного подхода // *Геофизические исследования*. – 2023. – Т. 24, N. 2. – С. 58–83. DOI: 10.21455/gr2023.2-4.
13. *Carlson B. C.* Computing elliptic integrals by duplication // *Numerische Mathematik*. – 1979. – Vol. 33, N. 1 – P. 1–16. DOI: 10.1007/BF01396491.
14. *Malkin Z.* A New Equal-area Isolatitudinal Grid on a Spherical Surface // *AJ*. – 2019. – Vol. 158, N. 4 – P. 158. DOI: 10.3847/1538-3881/ab3a44.
15. The Planetary Plasma Interactions (PPI) Node of the Planetary Data System (PDS). <https://search-pdspipi.igpp.ucla.edu>.
16. *Golombek M. et al.* Assessment of InSight Landing Site Predictions // *Journal of Geophysical Research: Planets*. – 2020. – Vol. 125, N. 8 – P. e2020JE006502. DOI: 10.1029/2020JE006502.
17. Tianwen-1 Lander and Zhurong Rover in Southern Utopia Planitia (ESP\_069665\_2055). [https://hirise.lpl.arizona.edu/ESP\\_069665\\_2055](https://hirise.lpl.arizona.edu/ESP_069665_2055).