

ПЛАНИРОВАНИЕ РАБОТЫ ГРУППЫ АВТОНОМНЫХ НЕОБИТАЕМЫХ АППАРАТОВ, БАЗИРУЮЩИХСЯ НА СУДНЕ-НОСИТЕЛЕ, КАК РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕСКОЛЬКИХ КОММИВОЯЖЕРОВ С НЕКОТОРЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Дружинин Ю.О., Соколов В.В.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
ydruzhin@ipu.ru, sok@ipu.ru

Аннотация. Предлагается методика расчета работ, проводимых в рамках мониторинга реки или водного бассейна группой автономных обитаемых подводных аппаратов в сопровождении судна-базы, основанная на двухуровневой модели. Приведены примеры мониторинга произвольно расположенных точек инспекции с использованием математического аппарата задачи нескольких коммивояжеров.

Ключевые слова: мониторинг, распределенная управляющая система, статическое расписание, автономный обитаемый подводный аппарат, задача нескольких коммивояжеров.

Введение

В распределенных системах мониторинга водного бассейна все большее распространение получают подвижные роботизированные комплексы, включающие автономные надводные и подводные обитаемые аппараты. Совместное применение нескольких подобных аппаратов сокращает время выполнения поставленной задачи (миссии), но одновременно предъявляет более высокие требования к качеству её планирования.

Планирование работы автономных обитаемых подводных аппаратов (АНПА), имеющих ограниченный запас электроэнергии, по инспекции объектов сводится к задаче организации последовательности опроса последних, за минимальный (или заданный) промежуток времени. Такая задача может быть отнесена к классу транспортных задач [1].

В работе [2] предложен алгоритм двухуровневого планирования, причем на верхнем (энергетическом) уровне миссия разбивается на циклы с учетом энергетических затрат и времени выполнения, а на нижнем (топологическом) – в циклах ищутся оптимальные пути обхода АНПА инспектируемых объектов. Выполнение данного алгоритма иллюстрируется на примере циклического обхода (патрулирования, инспектирования) ограниченной акватории с периодической подзарядкой аккумуляторов АНПА на береговой базе, которая по умолчанию располагает неограниченными ресурсами для выполнения этой операции.

Авторы в работе [3] рассмотрели применение алгоритма двухуровневого планирования применительно к роботизированной системе с подвижной базой (судном-носителем), имеющей ограниченный запас энергии как для подзарядки АНПА, так и для своего передвижения. Было проведено планирование миссии применительно к инспекции линейного объекта (трубопровода, силового или информационного кабеля), а также объектов с известными координатами.

В работе [4] граф, вершины которого образуют M инспектируемых объектов, разбивался на L гамильтоновых циклов, каждый из которых проходил дважды из N АНПА.

На верхнем уровне (после выполнения, при необходимости, кластеризации) в соответствии с теорией расписаний (Schedule theory) осуществлялось разделение миссии на циклы, длительность которых определялась зарядкой аккумуляторов АНПА, распараллеливание их работы и составление временной диаграммы работы всех участников миссии (АНПА и судна-базы).

На нижнем уровне мы получаем транспортную задачу (нахождение минимального расстояния между (начальной и конечной) вершинами на графе или нескольких равных путей между ними).

Конкретный маршрут находился путем решения задачи нескольких коммивояжеров (Multiple Travelling Salesmen Problem – mTSP) (в нашем случае N АНПА), отличающейся тем, что:

- 1) не происходил возврат в исходную точку движения;
- 2) в одном цикле зарядки/разрядки аккумуляторов N АНПА обходят все объекты инспекции по маршрутам не обязательно равной длины;
- 3) маршруты всех АНПА одного цикла завершаются в одной точке, которая вместе с тем служит начальной точкой для следующего цикла. (Предполагается также, что отдельные маршруты прокладываются в евклидовых координатах, то есть без учета течений, отмелей и конфигурации берегов).

Априори также принималось, что скорость судна-базы намного больше скорости АНПА.

Моделирование данной задачи для случая 2TSP показало, что алгоритму присущ следующий недостаток: АНПА расходуют часть своих ограниченных запасов энергии не на движение к объекту инспекции, а на переход в точку встречи с судном-базой.

Был сделан вывод, что предложенное решение на практике может быть оправдано в случаях: 1) если судно-база не может подойти к АНПА, работающим на мелководье, ввиду своей большой осадки, 2) если объекты исследования образуют протяженную узкую полосу.

Поэтому мы предлагаем рассмотреть иной вариант решения задачи, отличающийся от предыдущего следующими положениями:

- маршруты всех АНПА в l – ом цикле движения на одной зарядке аккумуляторов не завершаются в одной точке, а для каждого из них имеется своя максимально удаленная от начала движения точка, в которой происходит перезарядка. Иными словами, судно-база следует за АНПА и в заданном порядке осуществляет перезарядку их аккумуляторов;
- необходимо избегать «холостых» пробегов АНПА, т.е. между любыми двумя последовательными точками зарядки аккумуляторов, находящимися на оптимальном маршруте движения АНПА, должен располагаться хотя бы один инспектируемый объект. Если это условие не выполняется, то данный отрезок маршрута АНПА проходит на борту судна-базы без расхода электроэнергии;
- необходимо стремиться к тому, чтобы движение судна-базы в рамках одного l – го цикла происходило последовательно по мере исчерпания энергии аккумуляторов на разных АНПА. Таким образом достигается максимальная параллельность (одновременность) работы АНПА в рамках одного l – го цикла. Время перехода между точками зарядки на маршрутах отдельных АНПА задает временной сдвиг между временами начала движения АНПА в рамках одного l – го цикла.

Уточним постановку задачи в этом контексте.

1. Постановка задачи

В общем случае решение задачи начинается с кластеризации объектов исследования (см. раздел 2). Здесь подробнее рассмотрим постановку задачи в пределах сектора (части кластера).

В секторе имеется M объектов, для инспекции которых может быть использовано до N_{max} однотипных АНПА, каждый из которых имеет ограниченный запас электроэнергии e_d , обеспечивающий ему дальность плавания s_d , со скоростью v . (По этим параметрам вычисляется время движения t_d и расход электроэнергии при движении в единицу времени Δe_d (Вт/с)). Известно также время инспекции объекта t_{insp} и расход электроэнергии в единицу времени при инспектировании Δe_{insp} . Каждый объект инспекции посещается только один раз и только одним АНПА.

Для выполнения заданной миссии имеется судно-база, запас электроэнергии которой (E_b) складывается из следующих составляющих:

$$E_b = E_1 + E_2 + E_3 + E_4, \quad (1)$$

где E_1 – энергия, расходуемая судном-базой для перехода к месту работы АНПА; E_2 – энергия, расходуемая судном-базой для возвращения на место своего базирования. ($E_1 \neq E_2$ – точка входа судна-базы в область инспектируемых объектов в общем случае не совпадает с точкой выхода из этой области); E_3 – суммарная энергия, расходуемая на зарядку аккумуляторов всех N АНПА в пределах сектора; E_4 – энергия, расходуемая при передвижении к местам зарядки АНПА (подъема АНПА с воды).

Время зарядки аккумуляторов АНПА (t_{ld}) меньше времени их разрядки (t_{entld}):

$$t_{ld} \leq t_{entld} \quad (2)$$

Судно-база характеризуется также числом причалов, оборудованных зарядными устройствами (K_{max}), и скоростью v_b , причем $v_b \gg v$.

Требуется: найти число АНПА N , определить маршруты каждого из них, а также судна-базы и составить общее описание миссии, чтобы с минимальными затратами электроэнергии выполнить её за заданное время T .

Формализуем задачу нижнего (топологического) уровня.

При инспекции всех объектов сектора каждому АНПА может потребоваться затратить энергию, превышающую значение e_d . В этом случае инспекция будет осуществляться за L циклов работы на одной зарядке аккумуляторов N АНПА с инспектированием $M(l)$ объектов в каждом цикле:

$$M = \sum_{l=1}^L M(l) \quad (3)$$

В соответствии с работой [5] вводим множество координат точек z_i , где $i = 0, 1, \dots, N - 1, N, \dots, M(l) + N - 1, M(l) + N \dots M(l) + 2N - 1$, причем точки спуска N АНПА с борта судна-базы имеют индексы $i = 0, 1, \dots, N - 1$, а точки приема соответствующих АНПА на борт судна-базы – индексы $i = M(l) + N, \dots, M(l) + 2N - 1$.

Следует отметить, что координаты точек приёма могут оказаться на пути между объектами мониторинга, и каждый из N АНПА после израсходования заряда аккумулятора всплывает в точке на своем пути в цикле l , где его принимает на борт судно-база, и спускает другой АНПА, продолжающий его путь уже в цикле $l + 1$. Для каждого i -го АНПА получаем:

$$z_{0i}(l+1) = z_{M(l)i}(l), \quad (4)$$

Расстояние между i -м и j -м объектами инспекции, (включая точки всплытия для зарядки) обозначаем s_{ij} , энергию на перемещение АНПА из точки i в точку j - e_{ij} , энергию, затраченную на мониторинг объекта (по условиям задачи одинаковую для всех АНПА) - e_{insp} . Тогда суммарная энергия на переход из точки i в точку j и затрат на мониторинг e_{ij}^* :

$$e_{ij}^* = e_{ij} + e_{insp}, i, j = 0, 1, \dots, N - 1, N, \dots, M(l) + N - 1, M(l) + N \dots M(l) + 2N - 1 \quad (5)$$

Составим квадратную матрицу $X \equiv [x_{ij}]$ порядка $M(l) + 2N$, элементы которой показывают разрешение или запрет на переход между объектами инспекции с номерами i и j . С ее помощью будем искать оптимальные маршруты инспекции АНПА. Раскроем содержание этой матрицы.

Маршрут (или путь) f для k -го АНПА ($1 \leq k \leq N$) обозначим a_{fk} , пути N АНПА начинаются и заканчиваются соответственно в точках z_i с индексами $i = 0, 1, \dots, N - 1$ и $i = M(l) + N, \dots, M(l) + 2N - 1$. Тогда энергия с учетом мониторинга, затраченная на путь a_{fk} составит:

$$e_{fk} = \sum_{a_{fk}} e_{ij}^* \quad (6)$$

Все возможные комбинации непересекающихся маршрутов N АНПА, определяемые допустимым запасом энергии e_d , при этом охватывающие все $M(l)$ объектов цикла, назовем a_d .

При решении задачи в аспекте минимизации затраченной энергии требуется в матрице $[x_{ij}]$ найти множество маршрутов $a_N \subset a_d$, при котором осуществляется инспекция максимального числа объектов:

$$\hat{M}(l) = \max_{a_N \subset a_d} \sum_{n=1}^N \sum_{i,j=N}^{M(l)+N-1, M(l)+2N-1} x_{ij}, \quad (7)$$

где $\check{M}(l) \leq M(l) \leq \hat{M}(l)$. То есть разные комбинации маршрутов a_d , осуществляемые N АНПА, охватывают мониторингом разное количество объектов $M(l)$ от минимального $\check{M}(l)$ до максимального $\hat{M}(l)$. Оптимальным набором будет множество путей a_N , охватывающее максимальное количество объектов.

При выполнении условий:

$$\sum_{a_{fk}} e_{ij}^* \leq e_d \text{ для каждого выбранного пути из } a_d. \quad (8)$$

$$\sum_{i=N}^{M(l)+N-1} x_{ij} = 1, j = N, N + 1, \dots, M(l) + N - 1, i \neq j, \quad (9)$$

$$\sum_{j=N}^{M(l)+N-1} x_{ij} = 1, i = N, N + 1, \dots, M(l) + N - 1, j \neq i, \quad (10)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i, j \in a_N \\ 0 & \text{при } i, j \notin a_N, \end{cases} \quad (11)$$

$$i, j = 0, 1, \dots, M + 2N - 1, i \neq j.$$

Из условий (9) и (10) следует, что каждая точка инспекции посещается одним из N АНПА только один раз. Условие (11) определяет элементы матрицы $[x_{ij}]$, соответствующие дугам i, j , входящим в множество путей a_N .

$$\sum_{j=N}^{M_1(l)+N-1} \sum_{k=0}^{N-1} x_{kj} = N, \quad (12)$$

$$\sum_{j=N}^{M_1(l)+N-1} \sum_{k=M_1(l)+N}^{M_1(l)+2N-1} x_{kj} = N, \quad (13)$$

$$\sum_{i=0}^{M_1(l)+2N-1} \sum_{j=0}^{M_1(l)+2N-1} x_{ij} = M_1(l) + 2N \quad (14)$$

Ограничения (12) и (13) определяют условия спуска и приема автономного непилотируемого аппарата на борт судна-базы. Условие (14) определяет, что все объекты цикла l посещены.

Путь, проходимый судном-базой (a_b), в работе [4] описывается как:

$$a_b = \{z_0(1), z_{M_1(1)+1}(1), \dots, z_{M_1(l)+1}(l), \dots, z_{M_1(L)+1}(L)\} \quad (15)$$

В обсуждаемом случае путь, проходимый судном-базой, оказывается длиннее:

$$a_b = \{z_0(1), \dots, z_{N-1}(1), \dots, z_{M_1(1)+N}(1), \dots, z_{M_1(1)+2N-1}(1), \dots, z_{M_1(L)+N}(L), \dots, z_{M_1(L)+2N-1}(L)\} \quad (16)$$

Расход энергии судна-базы во втором случае будет больше, чем в первом, но для задачи важнее минимизация расхода электроэнергии АНПА, который сокращается за счет исключения «холостых» пробегов АНПА варианта, описанном в [4].

Оптимизация маршрута базы в аспекте уменьшения расхода энергии и времени будет рассмотрена позднее.

Из искомой матрицы выражения (7) получаем время t_c , затрачиваемое каждым АНПА (см. раздел 3.). Время цикла равно максимальному из них.

$$t_c(l) = \max_{a_{fk} \subset a_N} t_c(l) \quad (17)$$

Если решение не единственное, и есть q комбинаций a_N , удовлетворяющих выражению (6), то получаем множество решений:

$$a_N^* = \{a_{N1}, a_{N2}, \dots, a_{Nq}\}, \quad (18)$$

то следует выбрать решение с наименьшим временем цикла $t_c^*(l)$:

$$t_c^*(l) = \min_{a_N^*} \max_{a_{fk} \subset a_N} t_c(l)_k \quad (19)$$

Поставленную задачу нижнего уровня для одного цикла можно рассматривать как задачу N коммивояжеров, но с переходом не в исходную, а в предвычисленную точку. Точное решение задачи N коммивояжеров с ограничениями по времени передвижения, которое не превосходит заданного критического значения, представлено в работе [6]. Это решение основано на модификации алгоритма ветвей и границ для хорошо изученной задачи одного коммивояжера.

Таким образом, данный случай транспортной задачи имеет некоторые общие черты с Traveling Salesman Problem with Time Window (TSPTW) – задачей коммивояжера с ограничениями по времени, так как расстояние, проходимое АНПА при одной зарядке аккумуляторов, может быть легко переведено во время разрядки аккумуляторов и с Traveling Salesman Problem with Precedence Constraints (TSPPC) – задачей коммивояжера с ограничениями по требованию к порядку поставки, так как последовательность движения судна-базы к местам встречи с каждым из N АНПА в рамках одного l – го цикла жестко задано разрядом аккумуляторов каждого АНПА.

Данный случай можно рассматривать и как вариант задачи коммивояжера с фиксированными заправками, отличающийся от стандартного тем, что точки заправки нельзя пропустить.

Для решения задачи N коммивояжеров также используются различные способы предварительного разбиения объектов инспекции на несколько областей (кластеров), в каждой из которых действует один или несколько АНПА [7].

Для решения поставленной задачи авторы предлагают алгоритмы, основанные на построении гамильтоновых циклов с последующим их прохождением из исходной точки парами АНПА навстречу друг другу или построении гамильтоновых цепей.

2. Кластеризация объектов инспекции

Решение задачи начинается с кластеризации объектов исследования, то есть разделения всего множества объектов инспекции на группы, элементы каждой из которых объединены по признаку минимального расстояния между ними и центрами масс, или основанные на плотности распределения объектов [8].

Центры кластеров отдельных объектов записываются в виде графа, в котором строится гамильтонов цикл, что позволяет минимизировать путь и время их обхода.

В зависимости от конфигурации кластера судно-база может быть размещено либо в точке центра масс объектов исследования, принадлежащих кластеру, либо вне его.

Если судно-база находится в точке центра масс объектов исследования, то все пространство разбивается на сектора, в каждом из которых содержится равное число объектов инспекции. После чего в каждом секторе происходит построение путей обхода попавших в него объектов инспекции. Это может быть гамильтонов цикл для случая одного или двух АНПА или гамильтонова цепь для одного АНПА. В последнем случае находится максимально удаленный от центра масс объект инспекции, а в граф вводится фиктивная вершина, имеющая общие грани с начальной точкой (центром масс) и максимально удаленный от нее объект инспекции. Если дальность плавания при одной зарядке аккумулятора позволяет одному АНПА во всех секторах обойти все объекты инспекции, объединенные гамильтоновым циклом, за заданное время, то судно база остается неподвижной. В остальных случаях судно-база подбирает всплывшие АНПА в порядке исчерпания последними заряда аккумуляторов.

Если точка спуска АНПА на воду находится вне кластера, то это означает, что на сектора разбивается не все пространство в 360° , а только сектор в нем. Все остальное справедливо и для данного случая.

После завершения работы с одним кластером, судно-база, несущее на себе АНПА, переходит к следующему. Это делается для того, чтобы избежать холостого пробега АНПА. Так как скорость судно-базы больше скорости АНПА, то это не приводит к существенному увеличению времени обхода.

Если заряда аккумуляторов АНПА недостаточно для прохождения всех объектов инспекции сектора, то судно-база должно подойти к нему в точке его всплытия и поднять его на борт для зарядки аккумуляторов. Для одного АНПА этот вариант был рассмотрен авторами в работе [3].

Ниже будут рассмотрены варианты с двумя и N АНПА.

При этом, в отличие от циклов внутри кластеров, циклы, которыми заканчиваются кластеры и которыми начинаются следующие за ними, не имеют общих точек. Чтобы избежать холостого пробега АНПА, эти расстояния проходит судно-база.

3. Построение маршрута судно-базы и пары автономных непилотируемых подводных аппаратов

Если судно-база имеет на борту два устройства зарядки и четыре АНПА ($N = 4, K = 2$), то при выполнении условия (1), можно обеспечить непрерывную одновременную работу двух аппаратов.

При планировании работы такой группировки АНПА возможны два подхода:

- с построением общего гамильтонова цикла;
- с последовательным построением гамильтоновых циклов для меньшего числа вершин (объектов инспекции), которые АНПА могут обойти при одной зарядке аккумулятора.

В первом случае мы строим гамильтонов цикл по всем объектам инспекции, после чего два АНПА запускаются «навстречу» друг другу: один аппарат инспектирует объекты с номерами $1, 2, \dots, K_1$ по пути обхода, а другой – $M, M - 1, \dots, K_1$, где K_1 – место «встречи» АНПА. К этому же месту подходит и судно-база. То есть мы находим гамильтонов цикл, а затем делим его пополам, получая две гамильтоновы цепи для меньшего числа точек.

В работе [4] мы рассмотрели случай, когда в случае, если одной зарядки аккумуляторов недостаточно для обхода двумя АНПА всего заданного пути S , то мы разрезаем замкнутую кривую

прямыми линиями, чтобы образовались гамильтоновы цикла меньшей длины $S_c(l)$, удовлетворяющие условию:

$$S_c(l) = S_1^*(l) + S_2^*(l), \quad (20)$$

где $S_1^*(l), S_2^*(l)$ – расчетные расстояния, проходимые обоими АНПА.

Как отмечалось выше, проведенное моделирование показало, что данный способ показал наихудшие результаты, так как значительное время непроизводительно тратится на переход АНПА к месту встречи, а затем к возвращению на оптимальный маршрут к следующим объектам.

Предпочтительным оказалось другое решение, когда каждый из АНПА проходит максимально возможный при одной зарядке путь, а судно-база последовательно осуществляет ротацию (подъем на борт судна-базы аппарата, израсходовавшего свой запас электроэнергии, и спуск на воду аппарата с полностью заряженными аккумуляторами), переходя от одного аппарата к другому.

В работе [4] был также приведен алгоритм для работы с неполной информацией об объектах исследования, то есть, когда информация об объектах инспекции поступает в процессе работы АНПА и нельзя сразу построить гамильтонов цикл для всех объектов инспекции.

4. Построение маршрута судна-базы и N автономных непилотируемых подводных аппаратов при параллельном выполнении циклов

В случае, если судно-база располагает N автономными непилотируемыми аппаратами и соответствующим числом (например, $K = N/2$) независимых зарядных устройств, выполнение условия (2) то, организовав двусменную работу одновременно $N/2$ АНПА, можно существенно ускорить обход объектов инспекции. Данный алгоритм основан на конвейеризации циклов работы АНПА.

После того, как одним из приведённых в предыдущем разделе алгоритмов были размечены циклы работы пар АНПА, судно-база спускает пары АНПА последовательно во всех начальных точках $k = K/2$ первых циклов, не дожидаясь завершения инспекции в этих циклах.

После запуска k циклов судно-база переходит в точку завершения работы АНПА, спущенных в первом цикле, принимает их на борт для зарядки аккумуляторов. Затем в точках завершения остальных $k - 1$ циклов выполняет те же операции по приему на борт $2(k - 1)$ разрядившихся АНПА. После завершения k циклов инспекции, аналогично запускаются следующие k циклов, и так далее L^*/k раз.

Если имеется второе судно-база, то оно может собирать завершившие работу АНПА с разряженными аккумуляторами.

Оценим эффективность распараллеливания на простом примере миссии из L^* равных по времени выполнения циклов.

Время выполнение миссии без распараллеливания

$$T_1 = L^* t_M, \quad (21)$$

где t_M – время мониторинга любого цикла из L^* .

При параллельном обходе $k = K/2$ циклов время параллельного мониторинга составит

$$T_c = t_M + (k - 1)\tau + \Delta \quad (22)$$

$$\Delta = (2k - 3)\tau - t_M, \quad (23)$$

$$\begin{cases} T_c = (3k - 4)\tau, \text{ при } \Delta > 0 \\ T_c = t_M + (k - 1)\tau, \text{ при } \Delta < 0, \end{cases} \quad (24)$$

где Δ – время ожидания АНПА или судна-базы (при $\Delta > 0$ АНПА ждет судно-базу, при $\Delta < 0$ судно-база ждет АНПА), τ – время перехода судна-базы от цикла к циклу при спуске или подъеме на борт АНПА.

Время выполнение миссии при распараллеливании:

$$T_2 = \frac{L^*}{k} T_c \quad (25)$$

Расчет показал, что для соотношения времен $t_M > 10\tau$ при параллельном запуске $k = 5-10$ циклов время миссии может уменьшаться в 4-5 раз.

5. Заключение

Авторами предложен алгоритм двухуровневого планирования миссии инспекции объектов несколькими АНПА, причем на верхнем (энергетическом) уровне миссия разбивается на циклы с учетом энергетических затрат и времени выполнения, а на нижнем (топологическом) – в циклах ищутся оптимальные пути обхода АНПА инспектируемых объектов, отличающийся от известных тем, что АНПА размещаются на подвижном судне-базе.

На нижнем уровне граф, вершины которого образованы инспектируемыми объектами, разбивается на гамильтоновы циклы или гамильтоновы цепи, каждый (каждая) из которых проходит дважды (или одним) из общего числа АНПА. Показаны способы выполнения последовательного и параллельного обхода полученных циклов.

Показано влияние кластеризации объектов инспекции на выполнение данных алгоритмов.

Литература

1. *Зак Ю.А.* Прикладные задачи теории расписаний и маршрутизации перевозок. Изд. стереотип. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2018. – 394 с.
2. *Бычков И.В., Кензин М.Ю., Максимкин Н.Н.* Двухуровневый эволюционный подход к маршрутизации группы подводных роботов в условиях периодической ротации состава // Труды СПИИРАН. 2019. – Т. 18. – № 2. – С. 267–301.
3. *Дружинин Ю.О., Соколов В.В.* Планирование работы группы автономных необитаемых подводных аппаратов, базирующихся на судне-носителе // Труды 15-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2022). – М.: ИПУ РАН, 2022. – С. 1249–1254.
4. *Дружинин Ю.О., Соколов В.В.* Планирование работы группы автономных необитаемых аппаратов, базирующихся на судне-носителе, как решение задачи нескольких коммивояжеров / Труды 16-й международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2023). – М.: ИПУ РАН, 2023. – С. 1452-1456.
5. *Алексеев А.О.* Минимаксная задача М коммивояжеров // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1991. – Т. 31. – № 12. – С. 1899–1905.
6. *Мушируб В.А., Фомин Г.П.* Логистическая задача нескольких коммивояжеров // Знание. – 2016. – № 10-2 (39). – С. 137–145.
7. *Костюк Ю.Д., Пожидаев М.С.* Приближенные алгоритмы решения сбалансированной задачи к коммивояжеров // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2008. – №1(2). – С. 106–112.
8. *Клышинский Э.С.* Метод кластеризации на основе анализа плотности точек // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. Материалы семнадцатого научно-практического семинара. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2014. – С. 150–159.