ПРАВИЛЬНЫЕ И КООРДИНИРОВАННЫЕ МЕХАНИЗМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ И СТИМУЛИРОВАНИЯ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ С ДВУМЯ АКТИВНЫМИ АГЕНТАМИ

Еналеев А.К.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

anverena@mail.ru

Аннотация. Рассматриваются задачи управления в активной системе, состоящей из двух связанных агентов и Центра. Связи между агентами определяются функциями потерь в целевых функциях агентов, зависящими от координации их стратегий. Исследованы условия существования равновесия для вариантов связей агентов и оптимальности равновесного состояния.

Ключевые слова: планирование, стимулирование, координация стратегий, выполнение планов, потери из-за несовпадения стратегий, согласование, оптимальность.

Введение

В докладе продолжено исследование модели организационной системы [1], состоящей из Центра и нескольких агентов. Рассматривается игровая модель поведения агентов. Агенты выбирают действия (стратегии), стремясь максимизировать свои целевые функции в зависимости от назначаемого Центром плана и действий других агентов. Агенты связаны друг с другом. Связи агентов определяются тем, что целевые функции агентов аддитивно включают функции потерь. Потери агента зависят от отклонения его действия от заданных характеристик действий других агентов. Особенностью рассматриваемой модели является предположение о том, что функции потерь удовлетворяют свойствам метрики. Центр управляет выбором действий агентов посредством назначения механизма, т.е. планов и функций штрафа за отклонение действий от планов. Исследованы условия, при которых действия агентов совпадают с планами. Механизм, обеспечивающий в равновесии совпадение действий с планами, называется правильным [2-5]. Механизм, при котором потери всех агентов равны нулю, назовем координированным.

В [1] исследованы механизмы правильные и координированные механизмы, при которых координация действий агентов и совпадение их действий с планами являются доминантными стратегиями. Однако для того, чтобы правильный и координированный механизм был реализован в доминантных стратегиях требуется устанавливать для агентов достаточно большие штрафы за отклонение действий от планов, а именно, для каждого агента функция штрафа должна превышать сумму всех его функций потерь [1]. Возникает вопрос о возможности ослабить требования к размеру штрафов для равновесных по Нэшу выборов действий агентами при различных конфигурациях связей между ними. Для большого количества агентов количество различных конфигураций связей агентов очень может приводить к комбинаторной сложности. Поэтому на начальном этапе исследований следует рассмотреть проблему для простейших вариантов связей агентов. Таковыми являются связи в системе с двумя агентами. Такая модель системы будет рассмотрена в настоящей статье.

1. Модель и постановка задачи

Рассмотрим активную систему, состоящую из двух *агентов* и *Центра*. Целевая функция первого агента имеет вид $f_1(x_1,y_1,y_2)=h_1(y_1)-\lambda_{12}(\omega_{12}(y_2),y_1)-\chi_1(x_1,y_1)$, а второго агента – $f_2(x_2,y_2,y_1)=h_2(y_2)-\lambda_{21}(\omega_{21}(y_1),y_2)-\chi_2(x_2,y_2)$, где y_1 и y_2 – действия (стратегии), соответственно, 1-го и 2-го агентов; x_1 и x_2 – планы, которые назначает Центр агентам, как желательные для него значения соответствующих действий агентов. Здесь $h_i=h_i(y_i)$ – функция дохода агента i, $i\in\{1,2\}$; $\lambda_{12}=\lambda_{12}(\omega_{12}(y_2),y_1)$ – функция потерь 1-го агента при несовпадении его состояния с $\omega_{12}=\omega_{12}(y_2)$; $\lambda_{21}=\lambda_{21}(\omega_{21}(y_1),y_2)$ – функция потерь 2-го агента при несовпадении его действия с $\omega_{21}=\omega_{21}(y_1)$, где $\omega_{12}(y_2)$ характеризует набор показателей, отклонение действия 1-го агента от которых приводят для него к потерям, аналогично, $\omega_{21}(y_1)$ характеризует набор показателей, отклонение действия 2-го агента от которых приводят к потерям 2-го агента; $\chi_1(x_1,y_1)$, $\chi_2(x_2,y_2)$ функции штрафов за отклонение действия агента от плана, устанавливаемого Центром для 1-го и 2-го агента, соответственно. Примем $y_i\in Y_i$, множества Y_i компактны и $Y_i\subseteq Y$, где Y – компактное множество из

R^n, где $i \in \{1,2\}$. Пусть $h_i: Y_i \to R^1$, $\omega_{ij}: Y_j \to Y_i$, $\lambda_{ij}: Y_i \times Y_i \to R^1$, $\chi_i: Y_i \times Y_i \to R^1$, $i \neq j$, $i \in \{1,2\}$, $j \in \{1,2\}$.

Пусть $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(\omega_{ij}(y_j), y_i) \geq 0$ и $\lambda_{ij}(\omega_{ij}(y_j), y_i) = 0$, если $\omega_{ij}(y_j) = y_i$; $\omega_{ij}(y_j)$ – однозначные функции. Функции штрафов таковы, что $\chi_i(x_i, y_i) \geq 0$, $\chi_i(x_i, x_i) = 0$, Предположим, что функции $h_i(y_i)$ и $\omega_{ij}(y_j)$ непрерывны, а функция $\lambda_{12}(\omega_{12}(y_2), y_1)$ непрерывна по всем переменным везде, за исключением быть может, при $\omega_{12}(y_2) = y_1$; $\lambda_{21}(\omega_{21}(y_1), y_2)$ непрерывна по всем переменным везде, за исключением быть может, при $\omega_{21}(y_1) = y_2$; $\chi_i(x_i, y_i)$ непрерывны по обоим переменным, за исключением, быть может, при $y_i = x_i$, $i \in \{1,2\}$.

Целевую функцию Центра обозначим $F(\bar{x}, \bar{y})$, где $\bar{y} = (y_1, y_2)$ – совокупность действий всех агентов, $\bar{y} \in \bar{Y} = Y_1 \times Y_2$. $x = (x_1, x_2) \in \bar{Y}$. Предполагается, что определен максимум функции $F(x, y)$ на ее области определения. Примем, что Центр несет потери при несовпадении действий любого из агентов с установленным ему планом [2-5], что отразим неравенствами »:

$$F(\bar{x}, \bar{y}) \leq F((x_1, y_2), (y_1, y_2)) \text{ и } F(\bar{x}, \bar{y}) \leq F((y_1, x_2), (y_1, y_2)). \tag{1}$$

Первый ход делает Центр. Он выбирает механизм $\mu=\{\bar{x},\chi(\cdot,\cdot)\}$, где $\chi(\cdot,\cdot)=\{\chi_1(\cdot,\cdot),\chi_2(\cdot,\cdot)\}$. Центр выбирает штрафы $\chi(\cdot,\cdot)=\{\chi_1(\cdot,\cdot),\chi_2(\cdot,\cdot)\}$ из некоторого заданного множества функций штрафов $\mathrm{X} = \mathrm{X}_1 \times \mathrm{X}_2$, $\chi_1(\cdot,\cdot) \in \mathrm{X}_1$, $\chi_2(\cdot,\cdot) \in \mathrm{X}_2$. Ниже будем предполагать, что множество X_i включает в себя функции штрафа с ограниченным *максимальным ростом*: $\theta_{\chi_i}(x, y) \leq \chi^*{}_i(x,y)$, где $\theta_{\chi_i}(x, y) = \max\limits_{v \in Y_i}[\chi_i(v, y) - \chi_i(v, x)]$ – показатель максимального роста (ПМР) функции штрафа [5], $\chi^*{}_i(x,y)$ задает ограничение на допустимый ПМР на множестве X_i.

Второй ход делают агенты. Он заключается в выборе ими действий $\bar{y} = (y_1, y_2)$. Агенты выбирают свои действия (далее будем предполагать, что агенты разыгрывают *игру в нормальной форме*, т.е. при известной стратегии Центра выбирают свои действия однократно, одновременно и независимо), которые наблюдаются и Центром, и всеми агентами.

Пусть агенту *i* установлен план x_i и функция штрафов $\chi_1(x_i,\cdot)$ Примем, что агент *i* при выборе y_i стремится максимизировать свою целевую функцию $f_i(x_i, y_i)$:

$$\varphi_1(x_1, y_2) = f_1(x_1, y_1^*, y_2) = \max_{y_1 \in Y_1}[f_1(x_1, y_1, y_2)], \tag{2}$$

$$\varphi_2(x_2, y_1) = f_2(x_2, y_1, y_2^*) = \max_{y_2 \in Y_2}[f_2(x_2, y_1, y_2)], \tag{3}$$

где $y_i^* = y_i^*(x_i)$ – выбор действия агентом *i*. Пара (y_1^*, y_2^*), удовлетворяющая (2) и (3), определяет равновесие п Нэшу при выборе действий агентами.

Эффективность механизма $\mu=\{\bar{x},\chi(\cdot,\cdot)\}$ будем оценивать значением целевой функции Центра $K_\mu = F(\bar{x}, \bar{y}^*)$ при выборе агентами равновесных стратегий.

Механизм $\mu^{\text{п}}=\{\bar{x},\chi^{\text{п}}(\cdot,\cdot)\}$, при котором агенты в равновесии выполняют планы, принято называть *правильным* [4-6]. Механизмы, при которых в результате выбора действий агентами потери агентов $\lambda_{ij} = 0$, будем называть координированными. Механизмы $\mu^{\text{пк}}=\{\bar{x}^{\text{пк}},\chi^{\text{пк}}(\cdot,\cdot)\}$, являющиеся правильными и координированными, будем называть ПК-механизмами.

Задачи исследования ставятся следующим образом.

1) Охарактеризовать ПК-механизмы. т.е. определить условия существования ПК механизма.
2) Определить оптимальный ПК-механизм $\mu^* = (x^*, \chi^*)$ на заданном множестве допустимых механизмов с ограниченными и ПМР функций штрафов: $K^* = K_{\mu^*} = \sup K_\mu - \varepsilon$, где $\chi_i(\cdot,\cdot) \in \mathrm{X}_i$, $x_i \in Y_i$, $i \in \{1,2\}$.
3) Обозначим $T_{K^*} = \{\mu=(x,\chi) | K_\mu = K_{\mu^*}\}$ множество механизмов с оптимальной эффективностью.

Оптимальными функциями штрафа с минимальным значением максимума ПМР являются $\tilde{\chi}_i(\cdot,\cdot)$, такие что $\max_{x,y \in Y_i} \theta_{\tilde{\chi}_i}(x,y) = \min_{\chi_i \in T_{K^*}} \max_{x,y \in Y_i} \theta_{\chi_i}(x,y)$ и для функций штрафов $\tilde{\chi}_1(\cdot,\cdot)$, $\tilde{\chi}_2(\cdot,\cdot)$ справедливо $y_1^* = x_1^*$, $y_2^* = x_2^*$. Требуется определить на множестве T_{K^*} функции штрафа с минимальным значением максимума ПМР.

Заметим, что эти задачи для условий полной информированности Центра для системы, включающей только 1 агент, решена в [4,5]. В [1] исследовалась активная система, включающая n агентов, с функциями потерь $\lambda_{ij}(k_{ij} y_j, y_i)$ при полной информированности Центра, где k_{ij} - коэффициенты пропорциональности . Для этой системы были получены условия существования в доминантных стратегиях при достаточно сильных штрафах, устанавливаемых Центром. Однако остается неисследованным вопрос о возможности управления стратегиями агентов с использованием Центром минимальных штрафов за отклонение от плана.

Исследование этих вопросов рассмотрим в настоящей статье для модели простой активной системы, включающей всего два агента. Для такой модели можно представить 6 вариантов взаимодействий центра и агентов, представленных на рис. 1. На рис. 1 прямоугольником обозначен Центр, а пронумерованными кружками агенты. Каждый из вариантов различается наличием функций потерь и штрафов. Стрелки показывают влияние Центра на агенты путем назначения планов и функций штрафов, а также влияние одного из агентов на другой через функцию потерь λ_{ij}. Заметим, что отсутствие стрелки, идущей от одного агента к другому означает, что соответствующая функция потерь тождественно равна 0. Отсутствие стрелки, направленной от Центра к агенту означает, что Центр не назначает для этого агента план и штрафы.

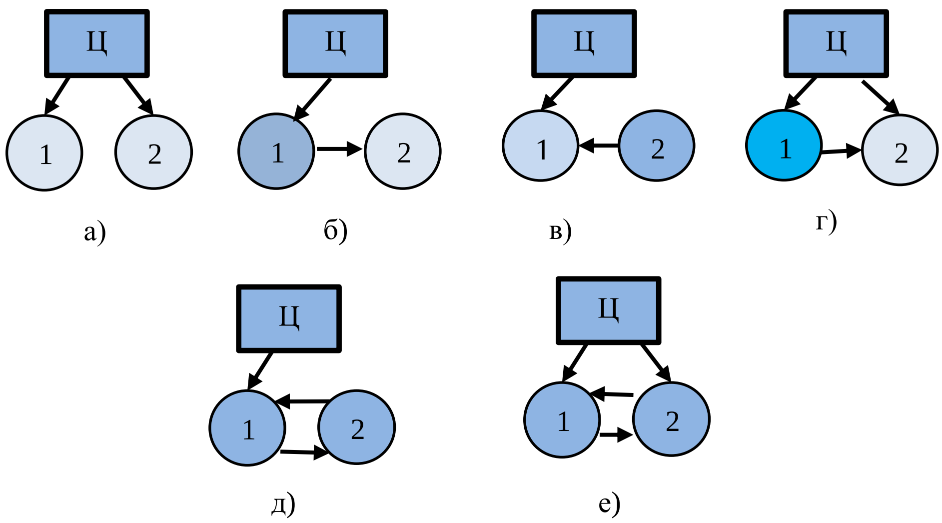

Рис. 1. Варианты структур взаимодействия агентов и Центра

Заметим, что в [1] исследована модель, в которой Центр назначает планы и устанавливает штрафы для всех агентов. Следовательно, варианты б), в) и д), представленные на рис. 1, в [1] не рассмотрены.

Опишем модели взаимодействия для каждого из рассматриваемых вариантов.

2. Варианты взаимодействия агентов

Вариант 1а (рис. 1а). Агенты независимы друг от друга, Центр оказывает влияние на каждый агент («веерная структура» [4]):

$$f_1(x_1, y_1, y_2) = h_1(y_1) - \chi_1(x_1, y_1),$$

$$f_2(x_2, y_2, y_1) = h_2(y_2) - \chi_2(x_2, y_2).$$

Вариант 1б (рис. 1б). Агент 1 влияет на агента 2, Центр влияет только на агента 1 (аналог простейшей трехуровневой структуры, в которой Центр соответствует верхнему уровню, первый агент промежуточному уровню, а второй агент нижнему уровню трехуровневой активной системы):

$$f_1(x_1, y_1, y_2) = h_1(y_1) - \chi_1(x_1, y_1),$$

$$f_2(x_2, y_2, y_1) = h_2(y_2) - \lambda_{21}(\omega_{21}(y_1), y_2).$$

Вариант 1в (рис. 1в). Агент 2 влияет на агента 1, Центр влияет только на агента 1:

$$f_1(x_1, y_1, y_2) = h_1(y_1) - \lambda_{12}(\omega_{12}(y_2), y_1) - \chi_1(x_1, y_1)$$

$$f_2(x_2, y_2, y_1) = h_2(y_2).$$

Вариант 1г (рис. 1г). Агент 1 влияет на агента 2, Центр влияет на оба агента:

$$f_1(x_1, y_1, y_2) = h_1(y_1) - \chi_1(x_1, y_1),$$

$$f_2(x_2, y_2, y_1) = h_2(y_2) - \lambda_{21}(\omega_{21}(y_1), y_2) - \chi_2(x_2, y_2).$$

Вариант 1д (рис. 1д). Агенты влияют друг на друга, Центр влияет только на агента 1:

$$f_1(x_1, y_1, y_2) = h_1(y_1) - \lambda_{12}(\omega_{12}(y_2), y_1) - \chi_1(x_1, y_1)$$

$$f_2(x_2, y_2, y_1) = h_2(y_2) - \lambda_{21}(\omega_{21}(y_1), y_2).$$

Вариант 1е (рис. 1е). Агенты влияют друг на друга, Центр влияет на оба агента:

$$f_1(x_1, y_1, y_2) = h_1(y_1) - \lambda_{12}(\omega_{12}(y_2), y_1) - \chi_1(x_1, y_1),$$

$$f_2(x_2, y_2, y_1) = h_2(y_2) - \lambda_{21}(\omega_{21}(y_1), y_2) - \chi_2(x_2, y_2).$$

Координированным является механизм, при котором выполняются одно из следующих условий:

А) не требуется координации при $\lambda_{21} = \lambda_{21}(\omega_{21}(y_1), y_2) \equiv 0$ и $\lambda_{12} = \lambda_{12}(\omega_{12}(y_2), y_1) \equiv 0$;

Б) $y_1^* = \omega_{12}(y_2^*)$ и $y_2^* = \omega_{21}(y_1^*)$, если $\lambda_{21} > 0$ и $\lambda_{12} > 0$ при $y_1 \neq \omega_{12}(y_2)$ и $y_2 \neq \omega_{21}(y_1)$;

В) $y_1^* = \omega_{12}(y_2^*)$, если $\lambda_{21} = \lambda_{21}(\omega_{21}(y_1), y_2) \equiv 0$,

Г) $y_2^* = \omega_{21}(y_1^*)$, если $\lambda_{12} = \lambda_{12}(\omega_{12}(y_2), y_1) \equiv 0$.

Условие А) соответствует варианту 1а отсутствия взаимодействия агентов, условие Б) – вариантам 1д и 1е, условие В) – варианту 1в, условие Г) – вариантам 1б и 1г.

Условие Б) можно переписать в виде требований $y_1^* = \omega_{12}(\omega_{21}(y_1^*))$ и $y_2^* = \omega_{21}(\omega_{12}(y_2^*))$. Разрешимость этих требований возможна, только для определенных функций $\omega_{12}(\cdot)$, $\omega_{21}(\cdot)$. Например, при $\omega_{12}(\cdot): y_1^* = y_2^*$ и $\omega_{21}(\cdot): y_2^* = y_1^*$ имеем случай симметричного равновесия.

Определим следующие множества:

$$P_1(\omega_{12}(y_2)) = \{x_1 \in Y_1 \,|\, h_1(x_1) - \lambda_{12}(\omega_{12}(y_2), x_1) \geq h_1(y_1) - \chi_1(x_1, y_1) - \lambda_{12}(\omega_{12}(y_2), y_1),\ \forall y_1 \in Y_1\},$$

$$P_2(\omega_{21}(y_1)) = \{x_2 \in Y_2 \,|\, h_2(x_2) - \lambda_{21}(\omega_{21}(y_1), x_2) \geq h_2(y_2) - \chi_2(x_2, y_2) - \lambda_{21}(\omega_{21}(y_1), y_2),\ \forall y_2 \in Y_2\},$$

$$Q_1(x_1) = \{y_2 \in Y_2 \,|\, h_1(\omega_{12}(y_2)) - \chi_1(x_1, \omega_{12}(y_2)) \geq h_1(y_1) - \chi_1(x_1, y_1) - \lambda_{12}(\omega_{12}(y_2), y_1),\ \forall y_1 \in Y_1\},$$

$$Q_2(x_2) = \{y_1 \in Y_1 \,|\, h_2(\omega_{21}(y_1)) - \chi_2(x_2, \omega_{21}(y_1)) \geq h_2(y_2) - \chi_2(x_2, y_2) - \lambda_{21}(\omega_{21}(y_1), y_2),\ \forall y_2 \in Y_2\}.$$

Условие $x_1 \in P_1(\omega_{12}(y_2))$ определяет выполнение плана x_1 агентом 1 при выборе агентом 2 действия y_2, соответственно $x_2 \in P_1(\omega_{21}(y_1))$ означает выполнение плана x_2 агентом 2 при выборе агентом 1 действия y_1. Выражение $y_2 \in Q_1(x_1)$ означает выбор агентом 1 действия $y_1 = \omega_{12}(y_2)$ при плане x_1, $y_1 \in Q_2(x_2)$ означает выбор агентом 2 действия $y_2 = \omega_{21}(y_1)$ при плане x_2.

Предположение 1. Пусть функции потерь и функции штрафов удовлетворяют неравенствам «треугольника» и симметричны:

$$\chi_i(u, v) \leq \chi_i(u, z) + \chi_i(z, v), \tag{6}$$

$$\lambda_{ij}(u,v) \le \lambda_{ij}(u,z) + \lambda_{ij}(z,v), \qquad (7)$$

при $\forall\, u,v,z \in Y$, $i \ne j$, $i \in \{1,2\}$, $j \in \{1,2\}$.

Предположение 2. Агенты «благожелательны» при выполнении планов. Это означает, что если для агента *i* существует действие $\tilde{y}_i$ такое, что $f_i(x_i, \tilde{y}_i, y_j) = f_i(x_i, x_i, y_j)$, то $y_i^* = x_i$. Иначе говоря, агенты выполняют план, если не существует действия, отличного от плана, которое приводит к их большему выигрышу.

Известно [2, 5], что при выполнении условий (6) справедливо:

$$P_1(\omega_{12}(y_2)) = \bigcup_{x_1 \in Y_1} R_1(x_1, \omega_{12}(y_2)), \qquad (8)$$

$$P_2(\omega_{21}(y_1)) = \bigcup_{x_2 \in Y_2} R_2(x_2, \omega_{21}(y_1)), \qquad (9)$$

где $R_1(x_1,\omega_{12}(y_2)) = \operatorname{Arg}\max\limits_{y_1 \in Y_1} f_1(x_1, y_1, \omega_{12}(y_2))$, $R_2(x_2,\omega_{21}(y_1)) = \operatorname{Arg}\max\limits_{y_2 \in Y_2} f_2(x_2, \omega_{21}(y_1), y_2)$.

Соответственно, при выполнении условий (7) справедливо:

$$Q_1(x_1) = \bigcup_{y_2 \in Y_2} R_1(x_1, \omega_{12}(y_2)), \qquad (10)$$

$$Q_2(x_2) = \bigcup_{y_1 \in Y_1} R_1(x_2, \omega_{21}(y_1)). \qquad (11)$$

Выражения (8), (9) означают, что все выборы действий агентов принадлежат множествам «согласованных» планов $P_1(\omega_{12}(y_2))$ и $P_2(\omega_{21}(y_1))$ при фиксированном действии другого агента. Выражения (10) и (11) означают, что выборы соответствующих действий агентов принадлежат множествам «координированных» действий другого агента при заданных планах.

Утверждение 1 [2, 5]. Если верно (6), то $\theta_{\chi_i}(x,y) = \chi_i(x,y)$. Если верно (6) и $\theta_{\chi_i}(x,y) \le \theta_{\tilde{\chi}_i}(x,y)$ при $\forall x, y \in Y$, то $P_i(\omega_{ij}(y_j)) \subseteq \tilde{P}_i(\omega_{ij}(y_j))$, где множество $\tilde{P}_i(\omega_{ij}(y_j))$ соответствует функции штрафов $\tilde{\chi}_i(\cdot,\cdot)$, а $P_i(\omega_{ij}(y_j))$ соответствует $\chi_i(\cdot,\cdot)$.

Утверждение 2. Механизм $\mu^{\text{пк}} = \{x_1, x_2, \chi_1(\cdot,\cdot), \chi_2(\cdot,\cdot)\}$ является ПК, если функции штрафов и потерь удовлетворяют (6) и (7), существует выбор действий $\bar{y}^* = \{y_1^*, y_2^*\}$, удовлетворяющий условиям:

$$y_1^* \in P_1(\omega_{12}(y_2^*)),\ \ y_2^* \in Q_1(x_1),\ \ y_2^* \in P_2(\omega_{21}(y_1^*)),\ \ y_1^* \in Q_2(x_2) \qquad (12)$$

и $x_1 = y_1^*$, $x_2 = y_2^*$.

Справедливость Утверждения 2 следует из определения множеств $P_1(\omega_{12}(y_2^*))$, $P_2(\omega_{21}(y_1^*))$, $Q_1(x_1)$, $Q_2(x_2)$.

Рассмотрим применение Утверждения 1 для структур, изображенных на рис.1 и отображающих варианты 1a – 1e взаимодействия агентов и Центра.

Вариант 1a «веерной структуры» подробно исследован в [2-5] и сводится к системе, включающей единственный агент, когда в (12) присутствует только условие $y_i^* \in P_i = \{x_i \in Y_i \,|\, h_i(x_i) \ge h_i(y_i) - \chi_i(x_i, y_i),\ \forall y_i \in Y_i\}$. Заметим, что здесь отсутствует зависимость множества P_i от действия другого агента. Таким образом справедливо следующее утверждение.

Утверждение 3. Для варианта 1a множество P_i не зависит от y_j. Оптимальный план $\bar{x}^* = \arg\max\limits_{x_1 \in P_1,\, x_2 \in P_2} F(\bar{x}, \bar{x})$, $y_i^* = x_i^*$. Оптимальной функцией штрафа является $\chi^*_i(x,y)$. Оптимальными функциями штрафа с минимальным значением максимума ПМР являются $\tilde{\chi}_i(\cdot,\cdot)$, такие что

$\max\limits_{x,y\in Y_i}\theta_{\tilde{\chi}_i}(x,y)=\min\limits_{\chi_i\in T_{K^*}}\max\limits_{x,y\in Y_i}\theta_{\chi_i}(x,y)$ и для $\tilde{\chi}_1(\cdot,\cdot)$, $\tilde{\chi}_2(\cdot,\cdot)$ соответствующие множества $\tilde{P}_1$, $\tilde{P}_2$ содержат оптимальные планы, $x_1^*\in\tilde{P}_1$, $x_2^*\in\tilde{P}_2$, где $T_{K^*}=\{\mu=(x,\chi)|\,K_\mu=K_{\mu^*}\}$ для $\mu^*=(\bar{x}^*,\chi_1^*(\cdot,\cdot),\chi_2^*(\cdot,\cdot))$.

Справедливость Утверждения 3 следует из теорем в [2, 5] и Утверждения 1.

Варианту 1б соответствует трехуровневая структура управления, для которой система условий (12) имеет вид:
$y_1^*=x_1\in P_1$, $y_1^*\in Q_2$, где множество P_1 такое же, как в варианте 1а, $Q_2=\{y_1\in Y_1|\,h_2(\omega_{21}(y_1))\geq$ $\geq h_2(y_2)-\lambda_{21}(\omega_{21}(y_1),y_2),\ \forall y_2\in Y_2\}$. Для того, чтобы механизм для варианта 1б взаимодействия агентов был правильным и координированным, у Центра имеется только опосредованная возможность управления выбором агента 2, а именно, через влияние на агент 1 путем назначения плана $x_1\in P_1$ и такой функции штрафов $\chi_1(\cdot,\cdot)$, чтобы выполнялось условие $y_2^*=\omega_{21}(x_1)\in Q_2$.

Утверждение 4. Для варианта 1б при функции штрафов $\chi_1^*(\cdot,\cdot)$ существует оптимальный план x_1^*, обеспечивающий правильность и координацию механизма, если выполнены условия $x_1^*\in P_1$, $\omega_{21}(x_1^*)\in Q_2$, $x_1^*=\arg\max\limits_{x_1\in P_1,\ \omega_{21}(x_1)\in Q_2}F(x_1,(x_1,\omega_{21}(x_1)))$. Оптимальной функцией штрафа с минимальным значением максимума ПМР является функция $\tilde{\chi}_1(\cdot,\cdot)$ такая, что $\max\limits_{x,y\in Y_1}\theta_{\tilde{\chi}_1}(x,y)=\min\limits_{\chi_1\in T_{K^*}}\max\limits_{x,y\in Y_1}\theta_{\chi_1}(x,y)$ и $x_1^*\in\tilde{P}_1$, для $\mu^*=(x_1^*,\chi_1^*(\cdot,\cdot))$.

Рассмотрим вариант 1в, при котором на первый агент влияют как Центр, так и 2-й агент, действующий исключительно из собственной выгоды, т.е. $y_2^*=\arg\max\limits_{y_2\in Y_2}h_2(y_2)$. Условия координации задают жесткие требования к назначению плана для первого агента. Запишем требования правильности $y_1^*=x_1$, $x_1\in P_1(\omega_{12}(y_2^*))$, и координации первого агента со вторым, т.е. $y_1^*=\omega_{12}(y_2^*)$, где $y_2^*\in Q_1(x_1)$.

Утверждение 5. Для варианта 1в условием существования ПК-механизма является назначение плана $x_1=y_1^*=\omega_{12}(y_2^*)\in P_1(\omega_{12}(y_2^*))$, где $y_2^*=\arg\max\limits_{y_2\in Y_2}h_2(y_2)$. Оптимальной функцией штрафа с минимальным значением максимума ПМР является $\tilde{\chi}_1(\cdot,\cdot)$ для $\mu^*=(x_1^*,\chi_1^*(\cdot,\cdot))$, где $x_1^*=\omega_{12}(y_2^*)\in\tilde{P}_1$.

Для варианта связей агентов 1г из (12) следует требование выполнения условий $y_1^*\in P_1$, $y_2^*\in P_2(\omega_{21}(y_1^*))$, $y_2^*\in Q_2(x_2)$. Заметим, что здесь множество P_1 не зависит от y_2^*, т.к. в рассматриваемом варианте отсутствует влияние второго агента на первый.

Утверждение 6. ПК-механизм характеризуется требованиями выполнения планов $x_1\in P_1=\{x\in Y_1|\,h_1(x)\geq h_1(y_1)-\chi_1(x,y_1),\ \forall y_1\in Y_1\}$, $x_2\in P_2(\omega_{21}(x_1))=\{x\in Y_2|\,h_2(x)-\lambda_{21}(\omega_{21}(x_1),x)\geq$ $\geq h_2(y_2)-\chi_2(x,y_2)-\lambda_{21}(\omega_{21}(x_1),y_2),\ \forall y_2\in Y_2\}$, и координации $x_2=\omega_{21}(x_1)$, $x_1\in Q_2(x_2)$, где $Q_2(x_2)=\{x_1\in Y_1|\,h_2(\omega_{21}(x_1))-\chi_2(x_2,\omega_{21}(x_1))\geq h_2(y_2)-\chi_2(x_2,y_2)-\lambda_{21}(\omega_{21}(x_1),y_2),\ \forall y_2\in Y_2\}$.
Условием существования ПК-механизма является $P_1\bigcap Q_2(x_2)\neq\varnothing$. В этом случае оптимальные планы x_1^*,x_2^* определяются как $x_1^*=\arg\max\limits_{x_1\in P_1}F(x_1,\omega_{21}(x_1),x_1,\omega_{21}(x_1))$, $x_2^*=\omega_{21}(x_1^*)$.

ПК-механизмы для вариантов д) и е) характеризуются условиями взаимной координации между агентами: $x_1=\omega_{12}(x_2)$ $x_2=\omega_{21}(x_1)$. Такой координированный механизм существует только если отображения $\omega_{12}(\cdot)$ и $\omega_{21}(\cdot)$, таковы что $x_1=\omega_{12}(\omega_{21}(x_1))$ и $x_2=\omega_{21}(\omega_{12}(x_2))$. Эти соотношения справедливы если, $x_1=k_{12}x_2$, $x_2=k_{21}x_1$, где $k_{12}k_{21}=1$. Выполнение планов определяется условиями
$x_1\in P_1(\omega_{12}(x_2))=\{x\in Y_1|\,h_1(x)-\lambda_{12}(\omega_{12}(y_2),x)\geq h_1(y_1)-\chi_1(x,y_1)-\lambda_{12}(\omega_{12}(x_2),y_1),\ \forall y_1\in Y_1\}$,
$x_2\in P_2(\omega_{21}(x_1))=\{x\in Y_2|\,h_2(x)-\lambda_{21}(\omega_{21}(y_1),x)\geq h_2(y_2)-\chi_2(x,y_2)-\lambda_{21}(\omega_{21}(x_1),y_2),\ \forall y_2\in Y_2\}$.
Выгодность условий координации для агентов определяется условиями $x_2\in Q_1(x_1)$ и $x_1\in Q_2(x_2)$.

3. Заключение

Утверждения, сформулированные в статье, описывают базовые варианты связей пары агентов и определяют условия обеспечения выполнения планов и координации действий агентов. Выводы статьи создают предпосылки для анализа моделей с более сложными комбинациями связей между агентами. Полученные результаты развивают и дополняют основные положения теории активных систем [1-5].

Дальнейшие исследования предполагается направить на изучение механизмов, обеспечивающих сообщение агентами достоверных данных о своих типах в Центр, решение так называемой проблемы неманипулируемости [6].

Литература

1. *Еналеев А.К.* Механизмы согласованного управления в иерархических сетевых структурах //Материалы двенадцатой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2019)»,1-3 октября 2019г., Москва, Россия, – М.: ИПУ РАН, – 2019, – С. 272-275.
2. *Бурков В.Н., Еналеев А.К., Кондратьев В.В.* Двухуровневые активные системы. IV. Цена децентрализации механизмов функционирования // Автоматика и телемеханика. – 1980. N 6. – С.110-117.
3. *Бурков В.Н., Кондратьев В.В.* Механизмы функционирования организационных систем. – М.: Наука. – 1981. – 384 с.
4. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2007. – 584 с.
5. *Еналеев А.К.* Оптимальность согласованных механизмов функционирования в активных системах // Управление большими системами. – М.: ИПУ РАН, –2011. Выпуск 33. – С.143-166.
6. *Myerson R.* (1979). Incentive-compatibility and the bargaining problem. *Econometrica*, vol. 47, pp. 61–73.